محاسبات ابتدایی | ریاضی پایه‌ی متوسطه‌ی اول

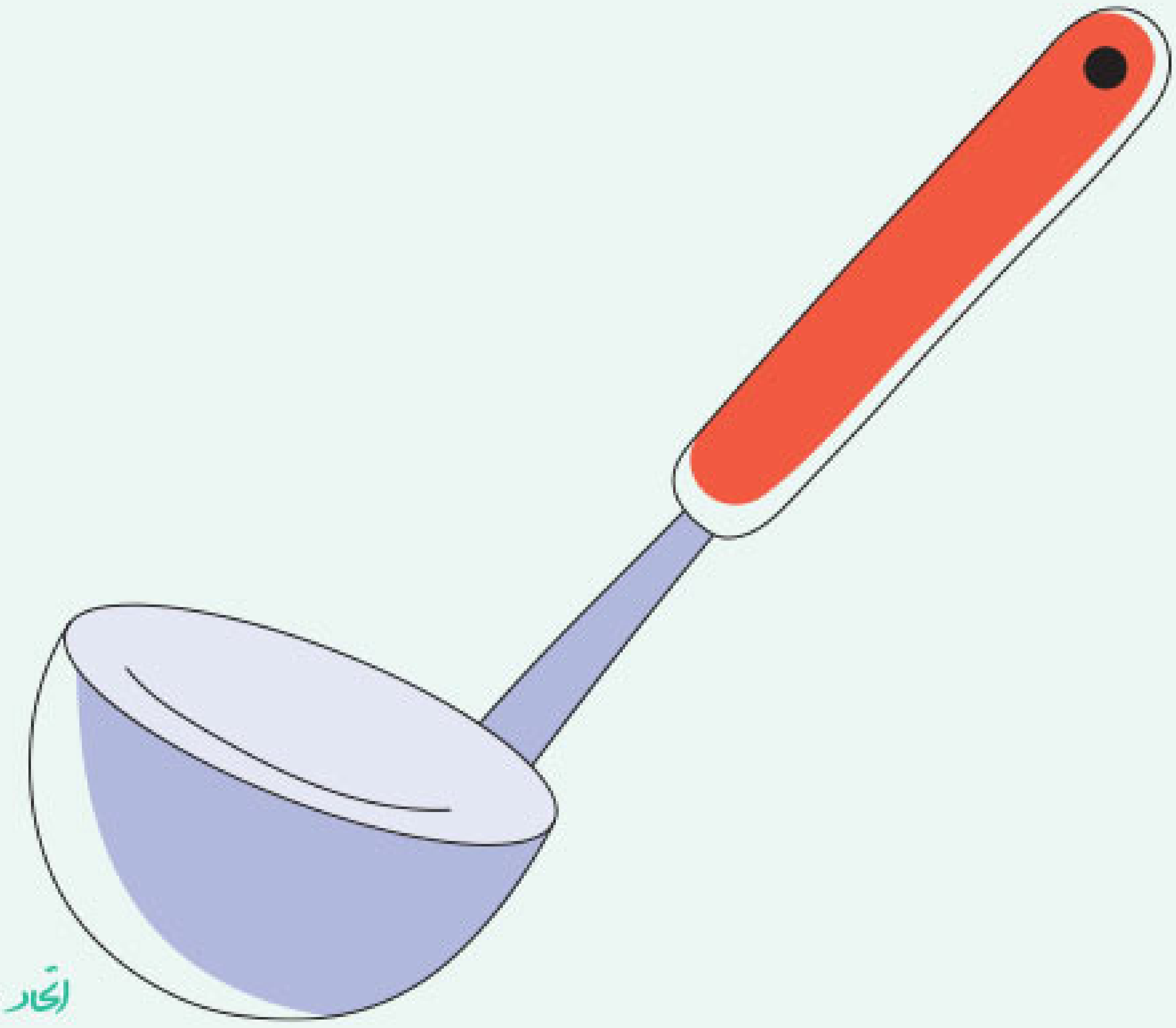
فصل ۴

تعداد تست در کنکور ۱ تست

توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

بدون تسلط به این فصل، جلوتر نروید!

اتحاد، کار با توان و رادیکال یعنی همه چیز... فصلی مختصر و مهم؛ کاربردی و لازم برای کنکورِ تجربی



اتحاد من و تو نا ممکن...

اما

عشق تو در دل من

تجزیه ناشدنی است!

محبت را در دل خود

به توان رساندم اما...

بی پرانتز...!

ایستگاه ۱: توان و رادیکال و کاربرد آن‌ها در محاسبات

ریاضی ۱ فصل ۳ • درس‌های ۱ تا ۳

آشنایی با مفهوم ریشه‌ی عدد و توانِ گویای عددها، بحث اصلی ما در این ایستگاه است؛ البته به قوانین حاکم بر اعداد توان‌دار و رادیکالی هم توجه زیادی داشته باشید.

مفهوم ریشه و تعداد آن

تعریف: اگر $b^n = a$ باشد، در این‌صورت $b=\sqrt[n]{a}$ خواهد بود که مفهوم آن می‌شود: «**b، ریشه‌ی nاُم عددِ a است.**»: بنابراین می‌بینید که توان و رادیکال، هم‌خانواده‌اند! $(n \in \mathbb{N}, n \geq ۲)$

ببین: چون $۳^۲$ می‌شود ۹، پس ۳، یکی از ریشه‌های دوم ۹ است. $۱۶ = (-۲)^۴$ هم یعنی ۲− یکی از ریشه‌های چهارم ۱۶ است. اما درباره‌ی تعداد ریشه‌های یک عدد، جدول زیر را حتماً به‌دقت بررسی کنید:

	عددِ a	وضع ریشه	تعداد ریشه‌ها	فرم ریشه‌ها	مثال نمونه
۱	$a>۰$	n زوج	a، دو ریشه‌ی nاُم دارد که قرینه‌ی همدیگرند.	$\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$	ریشه‌های دوم ۹ که عبارت‌اند از ±۳.
		n فرد	a، یک ریشه‌ی nاُم دارد.	$\sqrt[n]{a}$	ریشه‌ی سوم ۲۷ که می‌شود ۳.
۲	$a<۰$	n زوج	a، ریشه‌ی nاُم ندارد.	−	ریشه‌ی چهارم ۴− که وجود ندارد!
		n فرد	a، یک ریشه‌ی nاُم دارد.	$\sqrt[n]{a}$	ریشه‌ی سوم ۸− که می‌شود ۲−.

تست: کدام‌یک از اعداد زیر دقیقاً دو ریشه‌ی ششم دارد؟

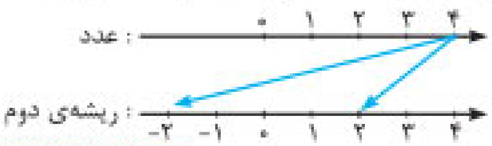
۱) $۳-۲\sqrt{۳}$ ۲) $۱-\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۲}-۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱-\sqrt{۵}}{۲}$

پاسخ: اگر عددی بخواهد دو ریشه‌ی ششم داشته باشد (چون ۶ زوج است)، باید خودش مثبت باشد! تنها عددِ مثبت در بین گزینه‌ها $\frac{۲\sqrt{۲}-۲}{۳}$ است.

ببین:

$$\frac{۲\sqrt{۲}-۲}{۳} = \frac{۲(\sqrt{۲}-۱)}{۳} \simeq \frac{۲(۱/۴-۱)}{۳} > ۰$$

در کتاب درسی گفته شده می‌توانید دوتا محورِ زیر هم بکشید و اولی را به خودِ عدد و پایینی را به ریشه‌ی nاُم آن اختصاص دهید: بعد هم هر عدد از محورِ بالا را با یک فلش (یا بیشتر) به ریشه‌ی nاُم آن عدد روی محور پایین نسبت دهید. **ببین:**



تست: ریشه‌ی چهارم عدد $a^۲+a-۲$ وجود ندارد. در این‌صورت چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: چون ریشه‌ی چهارمِ عدد وجود نداشته (۴ زوج است)، پس حتماً عدد ما منفی بوده است:

$$a^۲+a-۲<۰ \xrightarrow[\text{پیدا کن}]{\text{ریشه‌ها رو}} a=۱,-۲ \xrightarrow[\text{علامت‌کن}]{\text{تعیین}}$$

a		۲−		۱	
$a^۲+a-۲$	+	۰	−	۰	+

$$\xrightarrow[\text{محدوده بگو}]{\text{منفی بوده}} -۲<a<۱ \xrightarrow{a\in\mathbb{Z}} a=-۱,۰ \xrightarrow{\text{تعداد}} \text{۲ تا}$$

توان گویا و رادیکال

تعریف: اگر a عدد حقیقی و **مثبت** باشد، آن‌وقت توانِ $\frac{m}{n}$اُم عدد a را به فرم $a^{\frac{m}{n}}$ می‌نویسیم و البته می‌دانیم که $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$: m عددی صحیح و n طبیعی است...

اگر $a \leq ۰$ باشد، $a^{\frac{m}{n}}$ را تعریف نمی‌کنیم!

این‌جوری هم ببین: اگر a عددی منفی باشد، حق ندارید $a^{\frac{m}{n}}$ را به فرم $\sqrt[n]{a^m}$ بنویسید...!

خب! حالا با کارهایی که مجاز به انجام آن‌ها روی رادیکال‌ها هستیم و همچنین قوانین توان آشنا می‌شویم.

این قوانین در جدول صفحه‌ی بعد آمده است. قبل از مطالعه‌ی جدول، این‌ها را قرارداد می‌کنیم:

۱) فرجه‌ی رادیکال، عدد طبیعی و مخالفِ ۱ است.

۲) همه‌ی توان‌ها اعداد گویا هستند.

۳) هر رادیکالی با فرجه‌ی زوج که از آن صحبت می‌کنیم، زیر رادیکالش نامنفی فرض می‌شود...

عملیات با اعداد توان‌داری که توان گویا دارند، کاملاً مشابه حالتی است که توان‌ها عدد صحیح بودند و بلد بودیم!

توان		
۱	$a^0 = 1$	هر عددِ غیر صفر به توانِ صفر برسد، جوابش می‌شود ۱.
۲	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	در ضربِ عددهای توانی با پایه‌ی مشترک، پایه را بنویسید و توان‌ها را جمع کنید.
۳	$a^m \times b^m = (ab)^m$	در ضربِ عددهای توانی با توانِ یکسان، پایه‌ها را در هم ضرب کنید و توان مشترک را برایش بنویسید.
۴	$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	در تقسیمِ دو عدد توانی با پایه‌های مشترک، پایه را نوشته و توانِ مخرج را از توانِ صورت کم کنید.
۵	$\dfrac{a^m}{b^m} = (\dfrac{a}{b})^m$	در تقسیمِ دو عدد توانی با توان‌های مشترک، پایه‌ی صورت را بر پایه‌ی مخرج تقسیم کرده و توانِ مشترک را برایش بنویسید.
۶	$(\dfrac{a}{b})^{-n} = (\dfrac{b}{a})^n$ **نتیجه:** $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	اگر می‌خواهید توانِ منفی را از بین ببرید، باید پایه‌ی عددِ توانی را معکوس کنید.
۷	$(a^m)^n = a^{mn}$	اگر یک عددِ توانی کلاً به توان برسد، پایه را نوشته و توان‌ها را در هم ضرب کنید.

دریک نگاه: قوانینِ کاربردیِ توان رو جمع‌وجور شده یادتون باشه:

$$\frac{x^a x^b}{(x^c)^d} = \frac{x^{a+b}}{x^{cd}} = x^{a+b-cd} \quad (x \neq 0)$$

رادیکال		
۱	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	اگر می‌خواهید عددی رادیکالی را به فرمِ توانی بنویسید، توانش کسری می‌شود: صورتِ کسر، توانِ عددِ زیر رادیکال و مخرجش، فرجه‌ی رادیکال.
۲	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$	اگر رادیکالی به توان برسد، می‌توانید توان را به عددِ زیرِ رادیکال اختصاص دهید.
۳	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$ $\boxed{a > 0}$	می‌توانید هم توانِ عددِ مثبتِ زیر رادیکال و هم فرجه را در عددِ طبیعیِ یکسان و دلخواهی ضرب کنید.
۴	$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ $\boxed{a > 0}$	اگر بخواهید عددِ مثبتی را به داخلِ رادیکال ببرید، باید آن را به توانِ فرجه برسانید...
۵	$(\sqrt[n]{a})^n \begin{cases} \xrightarrow{n \text{ فرد}} a \\ \xrightarrow{n \text{ زوج}} \lvert a \rvert \end{cases}$	اگر عدد رادیکالی به توانِ فرجه‌ی خودش برسد، رادیکال از بین می‌رود: برای n زوج قدرمطلق هم بگذارید.
۶	$\sqrt[n]{a^n} \begin{cases} \xrightarrow{n \text{ زوج}} \lvert a \rvert \\ \xrightarrow{n \text{ فرد}} a \end{cases}$	می‌توانید توانِ عددِ زیرِ رادیکال را با فرجه ساده کنید، فقط اگر فرجه زوج است، قدرمطلق بگذارید...
۷	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{\sqrt[p]{a}}} = \sqrt[mnp]{a}$	اگر چند رادیکالِ بی‌ضریب، رویِ هم سوار بودند، فرجه‌هایشان را در هم ضرب کنید...

خاصیت $\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$ به شما می‌گوید که عددِ رادیکال‌دار، چیزی به جز عددی با توان گویا نیست! و برعکس...

ببین: $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$ و $b^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{b^3}$ $(a, b > 0)$

حواستان باشد $\boxed{a^{m^n} \neq a^{mn}}$: در واقع وجودِ پرانتز در خاصیت ۷ توان، باعثِ ضرب شدنِ توان‌ها می‌شود.

ببین: (الف) $(a^3)^2 \xrightarrow{\text{چون پرانتز داریم، توان‌ها در هم ضرب می‌شود.}} a^6$ (ب) $a^{3^2} \xrightarrow[\text{اول توان را حساب کن.}]{\text{پرانتز نداریم، توان‌ها ضرب نمی‌شوند!}} a^9$

از آن‌جا که ورود و خروجِ منفی از زیر رادیکالِ فرجه‌ی فرد آزاد است ($\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2}$)، وقتی زیر رادیکالِ فرجه‌ی فرد، منفی باشد، بهتر این است که منفی را به بیرون از رادیکال منتقل کنید و سپس قوانین توان را به‌کار بگیرید...

از خاصیت‌های ۳ و ۵ که در مورد توان‌ها گفتیم (و البته برای توان‌های گویا هم درست هستند)، می‌خواهیم نتیجه‌ی مهمی بگیریم:

۱) $a^{\frac{1}{n}} \times b^{\frac{1}{n}} = (ab)^{\frac{1}{n}} \xrightarrow{\text{فرم رادیکالی}} \boxed{\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}}$

۲) $\dfrac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = (\dfrac{a}{b})^{\frac{1}{n}} \xrightarrow[a, b>0]{\text{فرم رادیکالی}} \boxed{\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}}$

این‌جوری هم ببین: اگر دو رادیکالِ هم‌فرجه در هم ضرب (یا برهم تقسیم) شوند، می‌توانید رادیکال‌ها را یکی کنید: این‌طوری که عددهای زیر رادیکال را درهم ضرب (یا برهم تقسیم کرده) و بعد یک رادیکال با همان فرجه‌ی قبلی روی آن بگذارید...

در تمام موارد یادتان باشد که **اگر فرجه‌ی یک رادیکال زوج باشد، باید شرط نامنفی بودنِ زیر رادیکال را در نظر بگیرید!**

ببین: $\sqrt[3]{-a^2\sqrt{a}} \times \sqrt[3]{a} \xrightarrow{\text{منفی را بذار بیرون}} -\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}} \times \sqrt[3]{a} \xrightarrow[\text{فرجه‌ها مساوی است.}]{\text{رادیکال‌ها را یکی کن}} -\sqrt[3]{a^2\sqrt{a} \times a} = -\sqrt[3]{a^3\sqrt{a}} = -a\sqrt[3]{\sqrt{a}} \xrightarrow{\text{فرجه‌ها را ضرب کن}} -a\sqrt[6]{a}$

تست: حاصل عبارت $((\sqrt{2})^{-4} \times (2-2^{-2})^{-1}) + (16)^{0/75}$ کدام است؟

۱) $\frac{57}{7}$ ۲) $\frac{59}{7}$ ۳) $\frac{55}{7}$ ۴) $\frac{8}{7}$

پاسخ: حاصل تک‌تکِ عددهای توان‌دار را حساب می‌کنیم:

۱) $(\sqrt{2})^{-4} \xrightarrow[\text{عدد توانی معکوس می‌شود}]{\text{توان را مثبت کن}} \dfrac{1}{(\sqrt{2})^4} \xrightarrow{\text{توان ضربی}} \dfrac{1}{((\sqrt{2})^2)^2} \xrightarrow{\text{توان و فرجه ساده می‌شوند}} \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4}$

۲) $2-2^{-2} \xrightarrow{\text{توان را مثبت کن}} 2-\dfrac{1}{2^2} = 2-\dfrac{1}{4} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک بگیر}} \dfrac{8-1}{4} = \dfrac{7}{4} \xrightarrow[\text{معکوس می‌شه}]{\text{به توان ۱- برسون}} (\dfrac{7}{4})^{-1} = \dfrac{4}{7}$

۳) $(16)^{0/75} \xrightarrow[0/75 = \frac{75}{100} \xrightarrow{\text{ساده کن}} \frac{3}{4}]{16 = 2^4} (2^4)^{\frac{3}{4}} \xrightarrow{\text{توان‌ها را ضرب کن}} 2^{4 \times (\frac{3}{4})} = 2^3 = 8$

حالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$((\sqrt{2})^{-4} \times (2-2^{-2})^{-1}) + (16)^{0/75} = (\frac{1}{4} \times \frac{4}{7}) + 8 = \frac{1}{7} + 8 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک بگیر}} \frac{1+56}{7} = \frac{57}{7}$$

حاصل عبارت $\sqrt[3]{a^n\sqrt{a^n}}$ کدام است؟

۱) $a\sqrt{a^n}$ ۲) $\sqrt{a^n}$ ۳) $\sqrt[3]{a^n}$ ۴) $\sqrt[3]{a^{2n}}$

پاسخ: • روش اول

$\sqrt[3]{a^n\sqrt{a^n}} \xrightarrow[\text{به توانِ فرجه می‌رسد}]{\text{ضریب را به داخل رادیکال ببَر}} \sqrt[3]{\sqrt{(a^n)^2 \times a^n}} \xrightarrow{\text{توان‌ها را ضرب کن}} \sqrt[3]{\sqrt{a^{2n} \times a^n}}$

$\xrightarrow{\text{توان‌ها را جمع کن}} \sqrt[3]{\sqrt{a^{2n+n}}} = \sqrt[3]{\sqrt{a^{3n}}} \xrightarrow{\text{فرجه‌ها را ضرب کن}} \sqrt[6]{a^{3n}} \xrightarrow[\text{(۳ فرد است)}]{\text{توان را با فرجه ساده کن}} \sqrt[2]{a^n} = \sqrt{a^n}$

: روش دوم کار با توان‌های گویا:

$$\sqrt[3]{a^n\sqrt{a^n}} = \sqrt[3]{a^n \cdot a^{\frac{n}{2}}} = \sqrt[3]{a^{n+\frac{n}{2}}} = \sqrt[3]{a^{\frac{3n}{2}}} = a^{\frac{3n}{6}} = a^{\frac{n}{2}} = \sqrt{a^n}$$

رادیکال مرکب

بـه عبارتی عددی یا جبری در قالب $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$، رادیـکالِ مرکب می‌گوییم. **ببین:** $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ یا $\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}$. بعضـی از رادیکال‌های مرکب قابل ساده شدن هستند...

تکنیک معلم کنکور: در رادیکال مرکب $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$، عددِ مثبتِ C را حساب کنید: $\boxed{C^2 = A^2 - B}$ و بعد حاصل رادیکال مرکب می‌شود:

$$\boxed{\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}}}$$

برای محاسبه‌ی C^2، این‌طوری یادتان باشد: عددهای زیر رادیکال، **اولی به توان ۲، منهای دومی به توان ۲ ...**

ببین:

$$\sqrt{4+\sqrt{12}} \xrightarrow[C=2]{C^2=16-12=4} \sqrt{4+\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{4+2}{2}} + \sqrt{\frac{4-2}{2}} = \sqrt{3}+1$$

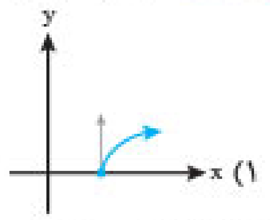
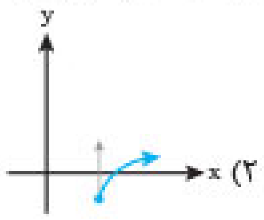
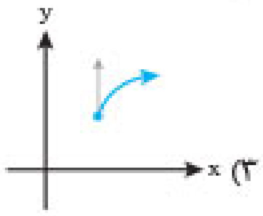
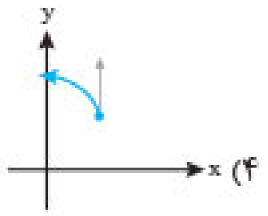
واضح است این فرمول زمانی کارایی دارد که C^2 مساوی یک عددِ مربع کامل دربیاید!

اگر در فرمولِ رادیکال مرکب، $\sqrt{B}$ ضریب داشت، اول ضریب را به داخل رادیکال برده و بعد فرمول را اجرا کنید.

ببین:

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}} \xrightarrow{2\sqrt{5}=\sqrt{2^2 \times 5}} \sqrt{6-\sqrt{20}} \xrightarrow[C=4]{C^2=36-20=16} \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6+4}{2}} - \sqrt{\frac{6-4}{2}} = \sqrt{5}-1$$

تست: نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\sqrt{x+۲+۴\sqrt{x-۲}}$ با شرط $x\le ۶$، کدام است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

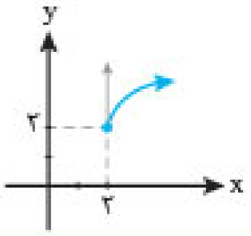
پاسخ: اول ضریب ۴ را ببریم داخل!

$$f(x)=\sqrt{x+۲+\sqrt{۱۶(x-۲)}}=\sqrt{x+۲+\sqrt{۱۶x-۳۲}}$$

$$\xrightarrow{\text{محاسبه‌ی } C} C^۲=(x+۲)^۲-(۱۶x-۳۲)=x^۲+۴x+۴-۱۶x+۳۲$$

$$=x^۲-۱۲x+۳۶=(x-۶)^۲\xrightarrow{\text{جذر}}C=|x-۶|\xrightarrow[x\le ۶]{\text{فرض}}C=-x+۶$$

$$\xrightarrow{\text{رادیکال مرکب}}f(x)=\sqrt{\frac{(x+۲)+(-x+۶)}{۲}}+\sqrt{\frac{(x+۲)-(-x+۶)}{۲}}=\sqrt{۴}+\sqrt{\frac{۲x-۴}{۲}}\Rightarrow f(x)=۲+\sqrt{x-۲}$$

$\xrightarrow{\text{نمودار}}$ 

تخمین زدنِ عددهای رادیکالی یک‌رقمی؛ کم‌کردنِ شرِ رادیکال!

تکنیک معلم کنکور: گاهی بهتر است به جای کارکردن با عددهای رادیکالی، آن‌ها را اعشاری کنیم! خب اول هر مقدار از عددهای رادیکالی که قابلیتِ خارج‌شدن از رادیکال را دارند، بیرون بیاورید...

ببین:

الف) $\sqrt{۲۷}=\sqrt{۹\times ۳}=۳\sqrt{۳}$

ب) $\sqrt{۲۰}=\sqrt{۴\times ۵}=۲\sqrt{۵}$

و بعد این کادرهای خوش‌رنگ را به خاطر داشته باشید:

$$\boxed{\sqrt{۲}=۱/۴,\ \sqrt{۳}=۱/۷}\ ,\ \boxed{\sqrt{۴}=۲\xrightarrow{+۰/۲}\sqrt{۵}=۲/۲\xrightarrow{+۰/۲}\sqrt{۶}=۲/۴\xrightarrow{+۰/۲}\sqrt{۷}=۲/۶\xrightarrow{+۰/۲}\sqrt{۸}=۲/۸\xrightarrow{+۰/۲}\sqrt{۹}=۳}$$

تست: حاصل $\dfrac{\sqrt{۸}+\sqrt{۲۷}}{۵-\sqrt{۶}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}+\sqrt{۳}$　　۲) $۲\sqrt{۵}$　　۳) $\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}$　　۴) $۲\sqrt{۳}+\sqrt{۲}$

پاسخ:

$$\frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۲۷}}{۵-\sqrt{۶}}=\frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}}\xrightarrow{\text{اعشاری کن}}\frac{۲(۱/۴)+۳(۱/۷)}{۵-۲/۴}\xrightarrow[\text{حذف یک رقم اعشار از هر عدد}]{\text{صورت و مخرج را در ۱۰ ضرب کن}}\frac{۲(۱۴)+۳(۱۷)}{۵۰-۲۴}=\frac{۲۸+۵۱}{۲۶}=\frac{۷۹}{۲۶}\simeq ۳$$

گزینه‌ها را هم با تخمین به‌ترتیب حساب می‌کنیم:

$\sqrt{۲}+\sqrt{۳}\simeq ۱/۴+۱/۷=۳/۱$ ✓

$۲\sqrt{۵}\simeq ۲(۲/۲)=۴/۴$, $\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}\simeq ۱/۷+۲(۱/۴)=۴/۵$, $۲\sqrt{۳}+\sqrt{۲}\simeq ۲(۱/۷)+۱/۴=۴/۸$

جای عددهای رادیکالی روی محور

عددهای رادیکالی به دو دسته‌ی کلی تقسیم می‌شوند:

۱) **آن‌هایی که حاصلشان پس از ساده شدن، عددی گویا می‌شود. ببین:**

$$\sqrt{۲/۲۵}=\sqrt{\frac{۲۲۵}{۱۰۰}}=\frac{\sqrt{۲۲۵}}{\sqrt{۱۰۰}}=\frac{۱۵}{۱۰}=۱/۵$$

۲) **آن‌هایی که حاصلِ گویا ندارند:** این‌ها از زیر رادیکال به‌طور کامل خارج نمی‌شوند. **ببین:**

$$\sqrt{۲۸}=\sqrt{۴\times ۷}=۲\sqrt{۷}$$

جوابِ این رادیکال‌ها، عددهای اعشاری نامنظمی هستند که پایان هم ندارند و تنها راهِ محاسبه‌شان استفاده از ماشین‌حساب است. در این‌جا می‌خواهیم جای تقریبیِ این عددها را روی محور مشخص کنیم: فرض کنید می‌خواهیم $\sqrt[n]{a}$ را روی محور نشان دهیم: $(a>۰)$

ابتدا عددهای طبیعی را به توانِ n می‌رسانیم: $۱^n,۲^n,۳^n,...$

حالا ببینید عددِ a بینِ کدام دو عدد متوالی از عددهای بالا می‌افتد: عدد $\sqrt[n]{a}$ شما روی محور، بین پایه‌های دو عددِ موردنظر است.

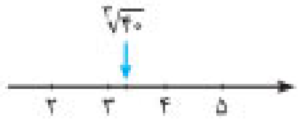
این‌جوری هم ببین: $\boxed{k^n<a<(k+۱)^n\Rightarrow k<\sqrt[n]{a}<k+۱}$

ببین: برای فهمیدنِ جای تقریبی $\sqrt[۴]{۲۰}$ کافی است دقت کنید که $۲^۴<۲۰<۳^۴$؛ پس $\sqrt[۴]{۲۰}$ روی محور بین ۲ و ۳ قرار می‌گیرد.

هرچه عددِ a به k^n نزدیک‌تر باشد، می‌توان گفت که $\sqrt[n]{a}$ روی محور به k نزدیک‌تر است تا به $k+1$.

ببین: برای فهمیدنِ جایِ تقریبی $\sqrt[3]{40}$ روی محور، ابتدا توجه کنید که $4^3 > 40 > 3^3$؛ پس $\sqrt[3]{40}$ بین ۳ و ۴ است. اما 4^3 می‌شود ۶۴ و 3^3 می‌شود ۲۷. خب ۴۰ به ۲۷ نزدیک‌تر است تا به ۶۴؛ بنابراین روی محور هم، $\sqrt[3]{40}$ به ۳ نزدیک‌تر خواهد بود.

این‌طوری:



تکنیک معلم کنکور: برای $\sqrt[n]{a}$، اگر a منفی و فرجه فرد بود، پیشنهاد این است که منفی را خارجِ رادیکال ببرید و بعد جایِ $\sqrt[n]{a}$ را که حالا $a>0$ است، تعیین کنید؛ در آخر انگار که جایِ قرینه‌ی عددی را بخواهید، به هدف می‌رسید.

تست: حاصل $[\sqrt[3]{-110}]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزءصحیح است)

۱) -5 ۲) -4 ۳) -6 ۴) -3

پاسخ: اگر اعداد طبیعی را به توانِ ۳ برسانیم با توجه به این‌که $125 = 5^3$ و $64 = 4^3$ خواهد شد، داریم: $5 > \sqrt[3]{110} > 4$

جایِ عددِ $\sqrt[3]{110}$ که روی محور مشخص شود، جای $\sqrt[3]{-110}$ که برابر است با $-\sqrt[3]{110}$ قرینه‌ی آن نسبت به مبدأ است:

این‌طوری:

بنابراین جزءصحیحِ $\sqrt[3]{-110}$، می‌شود -5.

عدد $\sqrt[3]{-2\sqrt{40}}$ **بین کدام دو عدد قرار دارد؟**

۱) $-2,-1$ ۲) $-3,-2$ ۳) $-4,-3$ ۴) $-1,0$

پاسخ:

$$\sqrt[3]{-2\sqrt{40}} \xrightarrow{\text{منفی رو بده بیرون}} -\sqrt[3]{2\sqrt{40}} \xrightarrow[\text{۲ به توان ۲ می‌رسد}]{\text{۲ رو ببر داخل رادیکال}} -\sqrt[3]{\sqrt{2^2\times 40}} \xrightarrow{\text{ساده کن}} -\sqrt[3]{\sqrt{160}}$$

$$\xrightarrow{\text{فرجه‌ها رو ضرب کن}} -\sqrt[6]{160} \xrightarrow[2^6=64\ ,\ 3^6=729]{\text{توان‌های ۶ را برای اعداد طبیعی چک کن}} 2<\sqrt[6]{160}<3 \xrightarrow[\text{جهت عوض کن}]{\times(-1)} -3<-\sqrt[6]{160}<-2$$

مقایسه‌ی توان‌های مختلفِ یک عدد و ریشه‌های آن ...

در اعدادِ مثبت، بین اعداد بزرگ‌تر از ۱ و کوچک‌تر از آن، تفاوتی اساسی و مهم وجود دارد:

عددهای بزرگ‌تر از ۱، هرچه توانِ بیشتری داشته باشند، حاصلِ بزرگ‌تری دارند و هرچه توان کمتری داشته باشند، حاصلِ کوچک‌تری دارند.

ببین: $81 = 3^4$ و $9 = 3^2$

اما **عددهای بین صفر و یک**، کاملاً برعکس هستند: **به توانِ بیشتر که برسند، حاصلِ کوچک‌تری خواهند داشت!** و در صورتِ داشتن توانِ کوچک‌تر، بزرگ‌تر می‌شوند. **ببین:** $0/0001 = (0/1)^4$ و $0/001 = (0/1)^3$

درباره‌ی اعداد منفی، ویژگیِ اعداد کوچک‌تر از -1 با عددهای بینِ -1 و صفر متفاوت است. در جدول زیر می‌خواهیم توان‌های مختلفِ یک عدد و همچنین ریشه‌های متفاوتِ یک عدد را با هم مقایسه کنیم:

جدول مقایسه‌ی a^n و a^m و همچنین مقایسه‌ی $\sqrt[n]{a}$ و $\sqrt[m]{a}$

	محدوده‌ی عدد		مقایسه‌ی توان‌های مختلفِ عدد a با هم	مقایسه‌ی ریشه‌های مختلفِ عددِ a با هم
۱	اعداد بزرگ‌تر از ۱ $\boxed{a>1}$		توانِ بیشتر، حاصل بیشتری دارد: $1<a<a^2<a^3<a^4<\cdots$	فرجه‌ی بیشتر، حاصل کمتری دارد: $a>\sqrt{a}>\sqrt[3]{a}>\sqrt[4]{a}>\cdots>1$
۲	اعداد بین ۰ و ۱ $\boxed{0<a<1}$		توانِ بیشتر، حاصل کمتری دارد: $1>a>a^2>a^3>a^4>\cdots>0$	فرجه‌ی بیشتر، حاصل بیشتری دارد: $0<a<\sqrt{a}<\sqrt[3]{a}<\sqrt[4]{a}<\cdots<1$
۳	اعداد کوچک‌تر از -1 $\boxed{a<-1}$	توان‌های زوج	توانِ بیشتر، حاصل بیشتری دارد: $1<\lvert a\rvert<a^2<a^4<a^6<\cdots$	فرجه‌ی فردِ بیشتر، حاصل بیشتری دارد: $a<\sqrt[3]{a}<\sqrt[5]{a}<\cdots<-1$
		توان‌های فرد	توانِ بیشتر، حاصل کمتری دارد: $\cdots<a^5<a^3<a<-1$	
۴	اعداد بین -1 و ۰ $\boxed{-1<a<0}$	توان‌های زوج	توان بیشتر، حاصل کمتری دارد: $0<\cdots<a^4<a^2<\lvert a\rvert<1$	فرجه‌ی فردِ بیشتر، حاصل کمتری دارد: $-1<\cdots<\sqrt[5]{a}<\sqrt[3]{a}<a<0$
		توان‌های فرد	توان بیشتر، حاصل بیشتری دارد: $-1<a<a^3<a^5<\cdots<0$	

در مورد عددهای کوچک‌تر از ۱– و البته بین ۱– و صفر، ریشه‌ی زوج نداریم و بحثی هم نکردیم! **آخه ریشه‌ی زوجِ عددِ منفی وجود ندارد...**

می‌توانید ستونِ مربوط به مقایسه‌ی توان‌ها را با دادنِ عددهایی در ذهن حفظ کنید و ستونِ ریشه‌ها را از آن نتیجه بگیرید، آخه رادیکال در واقع توانِ کسری است. **ببین:**

الف) $a>1 \xrightarrow{\text{توان بیشتر، حاصل بیشتر}} a^1 > a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{4}} > \cdots$

ب) $0<a<1 \xrightarrow{\text{توان بیشتر، حاصل کمتر}} a^1 < a^{\frac{1}{2}} < a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{1}{4}} < \cdots$

دیگه برو واسه خودت...!

در مورد عددهای منفی برای این‌که اشتباه نکنید، کافی است به‌خاطر بسپارید که **وقتی عددی منفی به توانِ زوج می‌رسد، مثبت می‌شود و وقتی به توانِ فرد می‌رسد، همچنان منفی باقی می‌ماند!** دیگه بقیه‌اش کاری نداره...

این‌جوری هم ببین: سه موردی که در آن‌ها **توانِ بیشتر، حاصل بیشتر می‌دهد**، عبارت‌اند از:

۱) $a>1 \xrightarrow{m>n} a^m > a^n$ ۲) $a<-1 \xrightarrow{m>n} a^{2m} > a^{2n}$ ۳) $-1<a<0 \xrightarrow{m>n} a^{2m+1} > a^{2n+1}$

توان‌های m و n را گویا بگیرید، تا فرجه را هم با همین ترفند به‌خاطر بسپارید. یادتان نرود ریشه‌ی زوجِ عدد منفی نداریم!

تست: از رابطه‌های داده‌شده، چه تعداد درست است؟

الف) $(-2/1)^5 < (-2/1)^3$ ب) $\sqrt[5]{2/1} < \sqrt[3]{2/1}$ پ) $\sqrt[3]{0/21} < \sqrt[5]{0/21}$ ت) $(-0/21)^5 < (-0/21)^3$

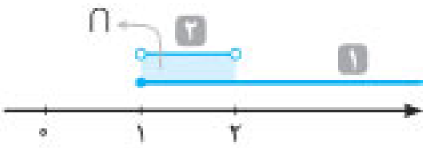
۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: ۲/۱–، عددی کوچک‌تر از ۱– است و برای توان فرد بیشتر، حاصل کمتری می‌دهد. پس (الف) غلطه. برای ۲/۱ که عددی بزرگ‌تر از ۱است، فرجه‌ی بیشتر، حاصل کمتر دارد: پس (ب) درسته. عدد ۰/۲۱ بین صفر و یک است و برای این عددها فرجه‌ی بیشتر حاصل بیشتر می‌دهد؛ بنابراین (پ) غلطه. در مورد (ت)، دقت کنید که ۰/۲۱– عددی بین ۱– و صفر است و برای این عددها، توان فردِ بیشتر، حاصل بیشتر می‌دهد، پس مورد (ت) درسته.

هرگاه $\sqrt[4]{a-1} < a-1$ باشد، در این‌صورت چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

پاسخ: ریشه‌ی چهارمِ a−۱ مورد بحث قرار گرفته، پس a−۱ نامنفی است؛ بنابراین:



۱) $a-1 \geq 0 \Rightarrow a \geq 1$

۲) $(a-1)^1 < (a-1)^{\frac{1}{4}} \xrightarrow[\text{حاصل کمتر داشته}]{\text{توان بیشتر،}} 0 <$ پایه $< 1 \Rightarrow 0 < a-1 < 1 \xrightarrow{+1} 1 < a < 2$

اشتراک ۱ و ۲ می‌شود: $1<a<2$ که عدد صحیحی هم در این بازه نیست!

اگر بدانیم $a^5 < a^3 < -1$، در این‌صورت کدام نتیجه نادرست است؟

۱) $a^6 < a^{10}$ ۲) $a^4 > a^6$ ۳) $\sqrt[3]{a^2} > \sqrt[5]{a^2}$ ۴) $a<-1$

پاسخ:

۱) $a^5 < a^3 < -1 \xrightarrow[\text{توان فرد}]{\text{توان بیشتر، حاصل کمتر}} a<-1 \xrightarrow[\text{جهت عوض می‌شود}]{\text{به توان دو برسون}} a^2 > 1 \xrightarrow{\text{فرجه‌ی بیشتر، حاصل کمتر}} \sqrt[3]{a^2} > \sqrt[5]{a^2}$

۲) $a<-1 \Rightarrow a^2 > 1 \xrightarrow{\text{توان بیشتر، حاصل بیشتر}} (a^2)^3 < (a^2)^5 \Rightarrow a^6 < a^{10}$

اما **گزینه‌ی «۲»** اینه: $(a^2)^2 > (a^2)^3$ که خب جهت نامساوی غلطه!

برای دو عدد حقیقی a و b که در رابطه‌ی $a<b$ صدق می‌کنند، می‌توانیم از دو طرف این نامساوی فرجه‌ی n بگیریم یا دو طرف را به توان n برسانیم. (n عدد طبیعی و فرد است.) اما اگر همین کار را برای n زوج بخواهید انجام دهید، **مثبت** بودن a و b الزامی است...!

این‌جوری هم ببین:

$a<b \xrightarrow{n\ \text{فرد}} \boxed{a^n < b^n}\ ,\ \boxed{\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}}$

$a<b \xrightarrow[a,b>0]{m\ \text{زوج}} \boxed{a^m < b^m}\ ,\ \boxed{\sqrt[m]{a} < \sqrt[m]{b}}$

تست: اگر $-2 < \sqrt[3]{a} < -1$ باشد، چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ:

$-2 < \sqrt[3]{a} < -1 \xrightarrow{\text{به توان ۳ برسون}} -8 < a < -1 \xrightarrow{a\in\mathbb{Z}} a \in \{-7, -6, -5, \ldots, -2\} \xrightarrow{\text{تعداد}}$ ۶ تا

اینم برای سرگرمی: استادی می‌گفت: «اعداد کوچک‌تر از ۱ ویژگی‌های عجیبی دارند، مثل انسان‌های بخیل‌اند. ۰/۲ را ببینید، وقتی در آن‌ها ضرب می‌شوی و می‌خواهی با آن‌ها مشارکت کنی، کوچکت می‌کنند: $0/6 = 0/2 \times 3$. وقتی می‌خواهی با آن‌ها تقسیم شوی و مشکلاتت را با آن‌ها تقسیم کنی، مشکلاتت بزرگ‌تر می‌شوند: $15 = 3 \div 0/2$. وقتی با آن‌ها جمع می‌شوی و در کنارشان هستی، چیز زیادی به تو اضافه نمی‌کنند: $3/2 = 0/2 + 3$ و اگر آن‌ها را از خودت دور کنی، چیز زیادی از دست نداده‌ای: $2/8 = 0/2 - 3$»

ایستگاه ۲: محاسبات در عبارت‌های جبری

ریاضی ۱ فصل ۳ - درس ۴

همه‌ی آنچه که درباره‌ی عبارت‌های جبری می‌خواهیم، این‌جاست: اتحادها، تجزیه و کاربرد آن‌ها. به این بخشِ لازم مسلط شوید.

مفاهیم ابتدایی محاسبات جبری

ابتدا تعریف‌های لازم را مرور می‌کنیم:

۱	چندجمله‌ای	یک عبارتِ جبری که شامل متغیری مثلِ x بوده و همه‌ی توان‌های x در آن، اعداد حسابی هستند. **ببین:** $4x^3-3x^2+x-5$
۲	درجه‌ی چندجمله‌ای	بزرگ‌ترین توانِ x را در بین همه‌ی توان‌هایِ موجود برایِ x پیدا کنید: این عدد می‌شود درجه‌ی چندجمله‌ای. **ببین:** عبارتِ $3x+5x^2-1$، یک چندجمله‌ای درجه‌ی دوم است.
۳	اتحاد	یک تساویِ جبری همیشه درست است. اتحادها به ازایِ همه‌ی مقدارهایِ متغیرهایِ موجود در آن اتحاد برقرارند…
۴	تجزیه کردن	یعنی عبارتِ جبری را به‌صورتِ ضربِ چند عدد یا پرانتز درآوریم. داخل پرانتزها می‌تواند + یا − باشد. **ببین:** $9-16x^2 \xrightarrow{\text{تجزیه}} (3-4x)(3+4x)$

اتحادهای جبری

در این‌جا لیستِ مهم‌ترین اتحادهای جبری با نتیجه‌هایِ کاربردیِ آن‌ها را می‌آوریم:

	نامِ اتحاد	فرمِ ریاضیِ اتحاد
۱	مربعِ دوجمله‌ای	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
		$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
۲	مزدوج	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
۳	مکعبِ دوجمله‌ای	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
		$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
۴	چاق و لاغر	$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
		$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
۵	جمله‌ی مشترک	$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
۶	مربعِ سه‌جمله‌ای	$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

تست: حاصل عبارت $20/1\times19/9$ کدام است؟

۱) ۳۹۹/۸۹ ۲) ۳۹۸/۹۹ ۳) ۳۹۹/۹۹ ۴) ۳۹۹/۰۹

پاسخ: $19/9\times20/1=(20-0/1)(20+0/1)\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}}20^2-(0/1)^2=400-0/01=399/99$

عرض مستطیلی $2k-1$ و طول آن $2k+4k^2+1$ است $(k>1)$. اگر مساحت این مستطیل ۶۳ باشد، مقدار k کدام است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۳ ۳) ۲/۵ ۴) ۲

پاسخ: $2k-1=\text{عرض}$ و $\text{طول}=1+4k^2+2k \xrightarrow{S_{\text{مستطیل}}=\text{طول}\times\text{عرض}} S_{\text{مستطیل}}=(2k-1)(1+4k^2+2k)$

$\xrightarrow{\text{مرتب کن}} S_{\text{مستطیل}}=(2k-1)\times(4k^2+2k+1)\xrightarrow{\text{اتحاد چاق و لاغر}} S_{\text{مستطیل}}=(2k)^3-(1)^3=8k^3-1$

$\xrightarrow[\text{طبق فرض}]{\text{مساحت ۶۳ است}} 8k^3-1=63\Rightarrow 8k^3=64\Rightarrow k^3=8\xrightarrow{8=2^3}k=2$

برای سه عدد a، b و c با مجموع ۱۲ می‌دانیم $ab+bc+ac=47$. در این‌صورت مجموع مجذورات این سه عدد کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۵۵

پاسخ: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ac+2ab+2bc\xrightarrow{\text{فاکتور از ۲}}(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)$

$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری کن}}12^2=a^2+b^2+c^2+2(47)\xrightarrow{\text{معادله حل کن}}\boxed{a^2+b^2+c^2}=144-94=50$

برای به توانِ ۳ رساندنِ عددهای اعشاری، از اتحاد مکعب دوجمله‌ای استفاده کنید...

تست: مقدار $2/9^3$ کدام است؟

۱) ۲۴/۳۷۹ ۲) ۲۴/۳۸۹ ۳) ۲۳/۲۸۹ ۴) ۲۳/۲۷۹

پاسخ:
$$2/9^3=(3-0/1)^3 \xrightarrow{\text{اتحاد مکعب دوجمله‌ای}} 3^3-3(3)^2(0/1)+3(3)(0/1)^2-(0/1)^3$$
$$\xrightarrow{\text{حساب کن}} 27-2/7+0/09-0/001=24/389$$

از اتحادها چند نتیجه‌ی معروف به‌دست می‌آید که خوب است آن‌ها را بلد باشیم:

	فرم ریاضیِ اتحادِ کمکی	کاربردِ اتحاد
۱	$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$	**وقتی مجموعِ مربعاتِ دو عدد را می‌خواهید**، برحسبِ جمع و ضرب آن دو عدد یا با داشتنِ تفاضل و حاصل ضربِ آن‌ها...
۲	$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ $x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$	**وقتی مجموع یا تفاضل مکعباتِ دو عدد را می‌خواهید**، با داشتنِ مجموع و حاصل‌ضرب آن دو عدد...
۳	$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$	وقتی مجموع، تفاضل و مجموعِ مربعاتِ دو عدد در تست حضور دارند و ضربِ آن‌ها هیچ نقشی در سؤال ندارد!
۴	$(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$	وقتی مجموع، تفاضل و ضربِ دو عدد در تست حضور دارند...

تست: اگر $x+\frac{1}{x}=5$ باشد، مقدار $x^2+\frac{1}{x^2}$ کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۲۰ ۳) ۲۳ ۴) ۲۵

پاسخ: اتحاد کمکیِ ۱: $x^2+\frac{1}{x^2}=(x+\frac{1}{x})^2-2x\times\frac{1}{x} \xrightarrow{\text{ساده‌کن}} x^2+\frac{1}{x^2}=(x+\frac{1}{x})^2-2 \xrightarrow{x+\frac{1}{x}=5} x^2+\frac{1}{x^2}=5^2-2=25-2=23$

تست: تفاضل دو عددِ a و b برابر ۵ بوده و $a^2+b^2=97$ است. مقدار $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

پاسخ: اتحاد کمکیِ ۳: $(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2) \xrightarrow{\text{جای‌گذاری‌کن}} (a+b)^2+(5)^2=2(97)$
$$\xrightarrow{\text{ساده‌کن}} (a+b)^2+25=194 \Rightarrow (a+b)^2=169 \xrightarrow{\text{جذربگیر}} |a+b|=13 \Rightarrow a+b=\pm 13 \xrightarrow{\text{گزینه‌ها}} a+b=13$$

مزدوج‌های دومینووار...!

تکنیک معلم کنکور: گاهی ضربِ چند عبارت جبری را داریم که دوتای اول در آن، اتحاد مزدوج هستند و جوابش که درمی‌آید با جمله‌ی بعدیِ ضرب، مجدداً اتحاد مزدوجِ دیگری می‌شود و همین‌طور مانند دومینو تا آخر اتحاد مزدوج را به‌کار می‌گیریم تا حاصل به‌دست آید. فرم این عبارت‌ها به‌صورتِ مقابل است: $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)\cdots$

تست: حاصل عبارت $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$ به ازای $x=\sqrt[16]{3}$ برابر کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ:
$$\boxed{(x-1)(x+1)}(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)=\boxed{(x^4-1)(x^4+1)}(x^8+1)=x^{16}-1 \xrightarrow{x=\sqrt[16]{3}} x^{16}-1=(\sqrt[16]{3})^{16}-1=3-1=2$$

(x^2-1) مزدوج (x^8-1) مزدوج

تجزیه کردنِ عبارت‌های جبری

اگر عبارتی جبری را در یک عبارت جبری دیگر ضرب کنید، مضربی از هر کدام به‌دست می‌آید و به هر کدام از عبارت‌های اولیه برای چندجمله‌ای حاصل، عامل می‌گوییم.

ببین: $(x-1)(x+2)=x^2+x-2$: پس $x-1$ یک عامل برای x^2+x-2 است و x^2+x-2 مضرب $x-1$ و $x+2$...

مهم‌ترین و البته پرکاربردترین روش‌های تجزیه کردنِ یک عبارتِ جبری این‌ها هستند:

(۱) **فاکتورگیری:** موقعی که همه‌ی جمله‌ها یک عاملِ مشترک دارند: **ببین:**

$$x^4y^3+2x^3y^4+x^2y^5=\underbrace{\boxed{x^2y^3}}_{\text{عامل مشترک}}(x^2+2xy+y^2) \xrightarrow{\text{اتحاد مربع دوجمله‌ای}} x^2y^3(x+y)^2$$

۲) **دسته‌بندی:** در این روش جمله‌ها را به دو یا چند دسته تقسیم می‌کنیم و در هر دسته از یک عاملِ مشترکِ موجود فاکتور می‌گیریم. خودِ دسته‌ها عاملِ مشترکی را به‌دست می‌دهند. در نهایت از عامل مشترک موجود در دسته‌ها فاکتور می‌گیریم که عبارت را تجزیه می‌کند: **ببین:**

$$x^3+7x^2-4x-28\xrightarrow{\text{دسته‌بندی می‌کنیم}}(x^3-4x)+(7x^2-28)\xrightarrow{\text{جداجدا فاکتوربگیر}}x(x^2-4)+7(x^2-4)$$

$$\xrightarrow{\text{از }(x^2-4)\text{ فاکتور بگیر}}\underbrace{(x^2-4)(x+7)=(x-2)(x+2)(x+7)}_{\text{اتحاد مزدوج}}$$

۳) **اتحادها:** با استفاده از اتحادهایی مثل مزدوج، جمله‌ی مشترک و چاق و لاغر می‌توانیم ضرب ایجاد کنیم...

تست: در تجزیه‌ی عبارت $a^2(1-x)+(b^2+c^2+2bc)(x-1)$ کدام عامل وجود ندارد؟

۱) $a+b-c$ ۲) $a+b+c$ ۳) $b+c-a$ ۴) $x-1$

پاسخ:

$$a^2(1-x)+(b^2+c^2+2bc)(x-1)=-a^2(x-1)+(b^2+c^2+2bc)(x-1)$$

از -1 فاکتور بگیر

$$\xrightarrow{\text{حالا از }x-1\text{ فاکتور بگیر}}(x-1)(-a^2+\underbrace{(b^2+c^2+2bc)}_{\text{اتحاد مربع دوجمله‌ای}})=(x-1)(-a^2+(b+c)^2)$$

$$\xrightarrow{\text{مرتب کن}}(x-1)((b+c)^2-a^2)\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}}(x-1)((b+c)-a)((b+c)+a)=(x-1)(b+c-a)(a+b+c)$$

$\xrightarrow{\text{با گزینه‌ها مطابقت بده}}$ عامل $a+b-c$ وجود ندارد

تجزیه‌ی دوجمله‌ای با توان‌های زوج ...

یک دوجمله‌ای که توانِ هر دو عدد حاضر در آن زوج بوده و علامتِ وسط هم منها باشد، با اتحاد مزدوج تجزیه می‌شود. **ببین:** a^4-b^8

بـرای تجزیــه‌ی کامل این عبارت‌ها، اول یک اتحاد مزدوج می‌زنیم و در پرانتزهایِ حاصل برای هر کدام که مقدور بود، دوباره مزدوج را اجرا می‌کنیم: در پایان نگاه می‌کنیم، شاید برای پرانتزهای باقی‌مانده، اتحادی مثل چاق و لاغر یا... قابل اجرا باشد.

ببین:

الف) $x^6-1\xrightarrow{\text{مزدوج}}(x^3-1)(x^3+1)\xrightarrow{\text{چاق و لاغر}}(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)$

ب) $x^8-y^8\xrightarrow{\text{مزدوج}}(x^4-y^4)(x^4+y^4)=(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4)\xrightarrow{\text{مزدوج}}(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

مزدوج

گویا کردن مخرج کسر

تعریف: منظور از گویا کردن مخرج کسر این است که کاری کنیم تا بدونِ عوض شدنِ جواب کسر، مخرج آن به عددی گویا تبدیل شود.

راهِ گویا کردن مخرج کسر این است که هم صورت و هم مخرج کسر را در عددی یا عبارتی ضرب کنیم تا مخرج پس از ساده شدن، رادیکال نداشته باشد.

حالا ببینید باید چه عاملی را برای گویا کردن استفاده کنید:

رادیکال‌های فرجه‌ی ۲

	فرم اصلیِ کسر	عبارتی که باید در صورت و مخرج ضرب کنید...	حاصلِ کسر پس از گویا شدن مخرج آن...
۱	$\frac{☁}{\sqrt{a}}$	$\sqrt{a}$	$\frac{☁}{\sqrt{a}}=\frac{☁\sqrt{a}}{a}$
۲	$\frac{☁}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$	$\frac{☁}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ را در $\sqrt{a}-\sqrt{b}$	$\frac{☁}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{☁(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$
		$\frac{☁}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ را در $\sqrt{a}+\sqrt{b}$	$\frac{☁}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{☁(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$

دو عبارت مانند $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ را که شامل **مجموع و تفاضل دو قسمت یکسان** هستند، مزدوج یکدیگر می‌گوییم.

تست: ساده‌شده‌ی عبارت $\frac{\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}}-\sqrt{150}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸

۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ:

$$\frac{\sqrt{۶}}{۵-۲\sqrt{۶}}-\sqrt{۱۵۰}\xrightarrow{\text{صورت و مخرج را در } ۵+۲\sqrt{۶} \text{ ضرب کن}}\frac{\sqrt{۶}(۵+۲\sqrt{۶})}{(۵-۲\sqrt{۶})(۵+۲\sqrt{۶})}-\sqrt{۱۵۰}$$

ضرب کن

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}}\frac{\boxed{\sqrt{۶}(۵+۲\sqrt{۶})}}{۵^۲-(۲\sqrt{۶})^۲}-\sqrt{۱۵۰}\xrightarrow{\text{ساده کن}}\frac{\boxed{۵\sqrt{۶}+۱۲}}{۲۵-۲۴}-\sqrt{۱۵۰}=۵\sqrt{۶}+۱۲-\sqrt{۱۵۰}$$

$$\xrightarrow{۱۵۰=۲۵\times ۶}۵\sqrt{۶}+۱۲-\underbrace{\boxed{\sqrt{۲۵\times ۶}}}_{\text{می‌شود } ۵\sqrt{۶}}=۵\sqrt{۶}+۱۲-۵\sqrt{۶}=۱۲$$

رادیکال‌های فرجه‌ی ۳

	فرمِ اصلیِ کسر	عبارتی که باید در صورت و مخرج ضرب کنید...	حاصلِ کسر پس از گویا شدن مخرج آن...
۱	$\frac{☁}{\sqrt[3]{a}}$	$\sqrt[3]{a^۲}$	$\frac{☁}{\sqrt[3]{a}}=\frac{☁\sqrt[3]{a^۲}}{a}$
۲	$\frac{☁}{\sqrt[3]{a^۲}}$	$\sqrt[3]{a}$	$\frac{☁}{\sqrt[3]{a^۲}}=\frac{☁\sqrt[3]{a}}{a}$
۳	$\frac{☁}{\sqrt[3]{a}\pm\sqrt[3]{b}}$	در $\frac{☁}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$ را $\sqrt[3]{a^۲}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^۲}$	$\frac{☁}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}=\frac{☁(\sqrt[3]{a^۲}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^۲})}{a+b}$
		در $\frac{☁}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$ را $\sqrt[3]{a^۲}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^۲}$	$\frac{☁}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}=\frac{☁(\sqrt[3]{a^۲}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^۲})}{a-b}$

در حالت کلی‌تر وقتی مخرجِ کسری به فرمِ $\sqrt[n]{a^m}$ باشد $(m<n)$، برای گویا کردنِ مخرج آن، صورت و مخرج را در $\sqrt[n]{a^{n-m}}$ ضرب می‌کنیم.

تست: ساده‌شده‌ی کسر $\frac{\sqrt[3]{۲}}{\sqrt[3]{۲}-۱}$ کدام است؟

۱) $۲+\frac{۱}{\sqrt[3]{۲}}$ ۲) $۱+\sqrt[3]{۴}+\sqrt[3]{۲}$ ۳) $\frac{۱}{\sqrt[3]{۲}}$ ۴) $۲+\sqrt[3]{۴}+\sqrt[3]{۲}$

پاسخ:

$$\frac{\sqrt[3]{۲}}{\sqrt[3]{۲}-۱}=\frac{\sqrt[3]{۲}(\sqrt[3]{۴}+\sqrt[3]{۲}+۱)}{(\sqrt[3]{۲}-۱)(\sqrt[3]{۴}+\sqrt[3]{۲}+۱)}\xrightarrow{\text{چاق و لاغر}}\frac{\sqrt[3]{۲}(\sqrt[3]{۴}+\sqrt[3]{۲}+۱)}{(\sqrt[3]{۲})^۳-(۱)^۳}\xrightarrow{\text{ضرب کن}}\frac{\sqrt[3]{۸}+\sqrt[3]{۴}+\sqrt[3]{۲}}{۲-۱}=۲+\sqrt[3]{۴}+\sqrt[3]{۲}$$

پیدا کردن مقدار تقریبی جذر یک عدد؛ یک پایان‌بندی توپ ...

با این روش مقدار یک عدد رادیکالی با فرجه‌ی دو را با کمکِ عدد مربعِ کاملِ نزدیکش تخمین می‌زنیم.

تکنیک معلم کنکور: فرض کنید مقدار تقریبی $\sqrt{x}$ را می‌خواهیم $(x>۰)$؛ کمی فکر می‌کنیم تا **عددی مربع کامل و خیلی نزدیک به x** پیدا کنیم و آن را $a^۲$ می‌نامیم: انگار عدد x را به فرم $a^۲+b$ نوشته باشیم: **به مربع کامل بعلاوه یا منهای عددی دیگر...!** **ببین:** برای تخمین $\sqrt{۱۷}$، نزدیک‌ترین عددِ مطلوب $۴^۲$ و برای $\sqrt{۲۴}$ عدد $۵^۲$ است...! حالا فرمول مقابل را اجرا کنید:

$$\boxed{\sqrt{a^۲+b}\simeq a+\frac{b}{۲a}}$$

b می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

ببین:

الف) $\sqrt{۲۴}=\sqrt{۲۵-۱}=\sqrt{۵^۲-۱}\simeq ۵+\frac{-۱}{۲(۵)}=۵-\frac{۱}{۱۰}=۴/۹$

ب) $\sqrt{۱۸}=\sqrt{۱۶+۲}=\sqrt{۴^۲+۲}\simeq ۴+\frac{۲}{۲(۴)}=۴+\frac{۱}{۴}=\frac{۱۷}{۴}=۴/۲۵$

فصل در یک نگاه

ریشه

- **مفهوم:** $b^n = a \Rightarrow b = \sqrt[n]{a}$ $\xrightarrow{\text{اسم فارسی}}$ b، ریشه‌ی nاُم a است.
- **تعداد ریشه‌های n اُمِ عددِ a**
  - **n فرد باشد** $\xrightarrow{\text{تعداد ریشه}}$ یکی $\xrightarrow{\text{فرم ریشه}}$ $\sqrt[n]{a}$
  - **n زوج باشد**
    - $a > 0$ است $\xrightarrow{\text{تعداد ریشه‌ها}}$ دوتا $\xrightarrow{\text{فرم ریشه‌ها}}$ $\pm\sqrt[n]{a}$
    - $a < 0$ است $\xrightarrow{\text{تعداد ریشه}}$ هیچی

ویژگی‌های توان

- **پایه‌ها مساوی**
  - **ضرب:** $a^m \times a^n = a^{m+n}$
  - **تقسیم:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- **توان‌ها مساوی**
  - **ضرب:** $a^m \times b^m = (ab)^m$
  - **تقسیم:** $\frac{a^m}{b^m} = (\frac{a}{b})^m$
- **جمع و منها:** $\boxed{au^m \pm bu^m = (a \pm b)u^m}$ $\xrightarrow[a>0]{\text{جور دیگه}}$ توان‌ها باید مثل هم باشند تا ضرایب جمع و منها شوند.
- **توان‌های خاص** ($a \neq 0$)
  - **توان صفر:** $a^0 = 1$
  - **توان منفی:** $\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$ $\xrightarrow{\text{جور دیگه}}$ منفیِ توان را بَردار، عدد را معکوس کن.
  - **توان کسری:** $\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$ $\xrightarrow[a>0]{\text{یادت باشه}}$ هر رادیکال، توان کسری است و برعکس.
  - **توان ضربی:** $(a^m)^n = a^{mn}$

ویژگی‌های رادیکال

($a,b>0$)

- **عملیات چهارگانه با رادیکال‌ها**
  - **فرجه‌های مساوی در ضرب و تقسیم:** $\boxed{\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{ab}}$ ، $\boxed{\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}}$
  - **جمع و منها:** $\boxed{a\sqrt[m]{u} \pm b\sqrt[m]{u} = (a \pm b)\sqrt[m]{u}}$
    - رادیکال‌ها، درست مثل هم باشند.
    - فقط ضرایب جمع و منها می‌شوند. (این‌جا $a,b \in \mathbb{R}$)
- **ساده کردن توان با فرجه:** $a = \sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$ $\xrightarrow{\text{اگر n زوج بود}}$ برای جواب آخر، قدرمطلق هم بذارید.
- **ورود عدد به رادیکال:** $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$
- **تغییرات روی فرجه**
  - ضرب کردنِ فرجه و توان در عدد طبیعی، آزاد است. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$
  - فرجه‌های سوار روی هم، در هم ضرب می‌شوند! $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- **منفی زیر رادیکال فرجه‌ی فرد:** بذارش بیرون و قانون‌ها را استفاده کن: $\boxed{\sqrt[\text{فرد}]{-u} = -\sqrt[\text{فرد}]{u}}$
- **جای $\sqrt[n]{a}$ را روی محور می‌خواهید** $\xrightarrow[k \in \mathbb{Z}]{\text{k را پیدا کنید}}$ $k^n < a < (k+1)^n$ $\xrightarrow{\text{جای } \sqrt[n]{a}}$ بین k و $k+1$ است.

مقایسه‌ی توان‌های مختلفِ عددِ a

- **توان بیشتر، حاصل بیشتر می‌دهد**
  - اگر $a > 1$ باشد، برای هر توانی این‌طوریه... **ببین:** $2^4 > 2^3$
  - اگر $a < -1$ باشد، برای توان‌های زوج این‌طوریه... **ببین:** $(-2)^4 > (-2)^2$
  - اگر $-1 < a < 0$ باشد، برای توان‌های فرد این‌طوریه... **ببین:** $(-\frac{1}{2})^1 > (-\frac{1}{2})^3$
- **توان بیشتر، حاصل کمتر می‌دهد**
  - اگر $0 < a < 1$ باشد، برای هر توانی این‌طوریه... **ببین:** $(\frac{1}{2})^3 < (\frac{1}{2})^2$
  - اگر $a < -1$ باشد، برای توان‌های فرد این‌طوریه... **ببین:** $(-2)^3 < (-2)^1$
  - اگر $-1 < a < 0$ باشد، برای توان‌های زوج این‌طوریه... **ببین:** $(-\frac{1}{2})^4 < (-\frac{1}{2})^2$

مقایسه‌ی فرجه‌های مختلفِ عددِ a

فرجه‌ی بیشتر، حاصل بیشتری دارد:
- اگر $۰ < a < ۱$ باشد، برای هر فرجه‌ای این‌طوریه...
- اگر $a < -۱$ باشد، برای فرجه‌های فرد این‌طوریه...

فرجه‌ی بیشتر، حاصل کمتری دارد:
- اگر $a > ۱$ باشد، برای هر فرجه‌ای این‌طوریه...
- اگر $-۱ < a < ۰$ باشد، برای فرجه‌های فرد این‌طوریه...

رادیکال‌های خاص

رادیکال مرکب: $\boxed{\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{۲}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{۲}}}$ که در آن $C^{۲} = A^{۲} - B$

حفظی‌ها: (+۰/۲ +۰/۲ +۰/۲ +۰/۲ +۰/۲)

$\sqrt{۴} = ۲,\ \sqrt{۵} = ۲/۲,\ \sqrt{۶} = ۲/۴,\ \sqrt{۷} = ۲/۶,\ \sqrt{۸} = ۲/۸,\ \sqrt{۹} = ۳$

تخمین: $\boxed{\sqrt{a^{۲} + b} \simeq a + \frac{b}{۲a}}$

اتحادها

مربع

دوجمله‌ای: $\boxed{(a \pm b)^{۲} = a^{۲} \pm ۲ab + b^{۲}}$ نتیجه

$$\left.\begin{aligned} a^{۲} + b^{۲} &= (a \pm b)^{۲} \mp ۲ab \\ (a+b)^{۲} + (a-b)^{۲} &= ۲a^{۲} + ۲b^{۲} \\ (a+b)^{۲} - (a-b)^{۲} &= ۴ab \end{aligned}\right\}$$

سه‌جمله‌ای: $(a+b+c)^{۲} = a^{۲} + b^{۲} + c^{۲} + ۲ab + ۲ac + ۲bc$

مزدوج: $\boxed{(a-b)(a+b) = a^{۲} - b^{۲}}$ مزدوج دومینووار $(a+b)(a^{۲}+b^{۲})(a^{۴}+b^{۴}) = \frac{a^{۸} - b^{۸}}{a-b}$

جمله‌ی مشترک: $\boxed{(x+a)(x+b) = x^{۲} + (a+b)x + ab}$

چاق و لاغر: $\boxed{(a \pm b)(a^{۲} \mp ab + b^{۲}) = a^{۳} \pm b^{۳}}$

مکعب دوجمله‌ای: $\boxed{(a \pm b)^{۳} = a^{۳} \pm ۳a^{۲}b + ۳ab^{۲} \pm b^{۳}}$

کاربرد: در تجزیه‌ی عبارت‌های جبری هم، از این‌ها استفاده کنید...

گویاکردن: برای کسری به فرمِ...

- $\frac{\ }{\sqrt{a}}$، صورت و مخرج را در $\sqrt{a}$ ضرب کن.
- $\frac{\ }{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب کن: $\frac{\ }{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}$
- $\frac{\ }{\sqrt[۳]{a} \pm \sqrt[۳]{b}}$، صورت و مخرج را در لنگه‌ی چاق مخرج ضرب کنیم: $\frac{\ }{\sqrt[۳]{a} \pm \sqrt[۳]{b}} \times \frac{\sqrt[۳]{a^{۲}} \mp \sqrt[۳]{ab} + \sqrt[۳]{b^{۲}}}{\sqrt[۳]{a^{۲}} \mp \sqrt[۳]{ab} + \sqrt[۳]{b^{۲}}}$
- $\frac{\ }{\sqrt[n]{a^{m}}}$: صورت و مخرج را در $\sqrt[n]{a^{n-m}}$ ضرب کن. $(m < n)$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

برای دوران مرور و جمع‌بندی، فقط تست‌های با شماره‌ی صورتی...

ایستگاه ۱: توان و رادیکال و کاربرد آن‌ها در محاسبات

آموزش ۴۵٪+

۳۹۱. با توجه به جدول روبه‌رو حاصل $a+b$ کدام است؟

عدد	a	۷۲۹
ریشه‌ی ششم	$-2\sqrt[6]{2}$	$-b^2$

۱) $128 \pm \sqrt{3}$ ۲) $128 \pm 3\sqrt{3}$ ۳) $64\sqrt{2} \pm \sqrt{3}$ ۴) $64\sqrt{2} \pm 3\sqrt{3}$

۳۹۲. یکی از ریشه‌های چهارم عدد ۲۵۶ با کدام گزینه‌ی زیر می‌تواند برابر باشد؟

۱) یکی از ریشه‌های ششم عدد ۵۱۲
۲) یکی از ریشه‌های دوم عدد ۱۶
۳) ریشه‌ی سوم عدد ۱۲۸−
۴) ۸

۳۹۳. عدد $\left(\frac{1}{64}\right)^{-12}$ را به‌صورت عدد 2^m نوشته‌ایم. مقدار m کدام است؟

۱) -18 ۲) 18 ۳) 36 ۴) 72

۳۹۴. حاصل عبارت $\sqrt[3]{0/000027} + \sqrt{\frac{1}{1024}} - 10 - \sqrt[5]{-1} + \sqrt[4]{256}$ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $2/53$ ۲) $3/53$ ۳) $3/8$ ۴) $2/8$

۳۹۵. هرگاه a عددی منفی و b عددی مثبت باشد، حاصل کسر $\frac{\sqrt[3]{(a-b)^3}}{\sqrt{(a-b)^2}}$ کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) $a-b$ ۴) $b-a$

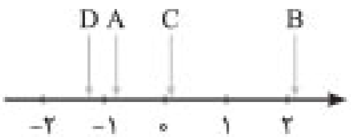
۳۹۶. اگر $a=\sqrt[4]{6}$ ، $b=\sqrt[3]{4}$ و $c=\sqrt[6]{15}$ باشد، آن‌گاه کدام نامساوی درست است؟

۱) $a>b>c$ ۲) $c>a>b$ ۳) $c>b>a$ ۴) $b>c>a$

۳۹۷. چه تعداد عدد صحیح به جای a می‌توان قرار داد تا نامساوی $-4 < \sqrt[3]{a} < -3$ برقرار باشد؟ (کتاب درسی)

۱) ۳۷ ۲) ۳۶ ۳) ۳۵ ۴) ۳۸

۳۹۸. کدام نقطه روی محور به‌درستی نشان داده شده است؟ (کتاب درسی)



$A=\sqrt[3]{-0/0085}\ ,\ B=\sqrt[3]{11}\ ,\ C=\sqrt[3]{0/25}\ ,\ D=\sqrt[3]{-7/2}$

۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

۳۹۹. اگر عدد مثبت a کمتر از ۱ باشد، کدام عدد از بقیه بزرگ‌تر است؟

۱) a ۲) a^2 ۳) $\sqrt{a}$ ۴) $\sqrt[3]{a}$

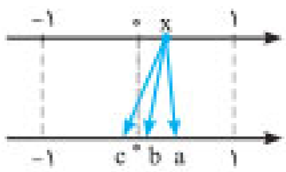
۴۰۰. اگر $A=\sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$، کدام است؟ (کنکور ۹۸)

۱) $0/25$ ۲) $0/5$ ۳) $0/75$ ۴) 1

۴۰۱. حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times 16^{-\frac{3}{4}}}$ کدام است؟ (کنکور تیر ۱۴۰۳)

۱) $16\sqrt{2}$ ۲) $16\sqrt[3]{2}$ ۳) $8\sqrt{2}$ ۴) $8\sqrt[3]{2}$

۴۰۲. اگر x عددی حقیقی در بازه‌ی $(0,1)$ باشد، مقادیر a ، b و c به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



۱) x^2 ، $-\sqrt[3]{x}$ و $-\sqrt[4]{x}$
۲) x^2 ، $\sqrt[4]{x}$ و $-\sqrt[3]{x}$
۳) $\sqrt[3]{x}$ ، x^3 و $-x^2$
۴) $\sqrt{x}$ ، $\sqrt[3]{x}$ و $-x^2$

تثبیت ۷۰٪+

۴۰۳. اگر عدد a ریشه‌ی سوم عدد $2\sqrt[5]{8}$ باشد، مقدار x در تساوی $ax=\sqrt[20]{16}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[3]{2}$ ۲) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ۳) $\sqrt[5]{2}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$

۴۰۴. ریشه‌ی دهم عدد $2+5a-2a^2$ وجود ندارد. اگر a عددی طبیعی باشد، ریشه‌ی پنجم عدد $3a^2+20a+41$ کدام است؟

۱) 2 ۲) $2\sqrt[5]{2}$ ۳) 3 ۴) $\sqrt[5]{60}$

۴۰۵. برای چند عدد طبیعی، ریشه‌ی دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟ (کنکور اردیبهشت ۱۴۰۴)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۰۶. ریشه‌ی هفتم عدد مثبت a، مساوی ۲۷ برابر عدد a با توان $\frac{15}{7}$ است. $(3-\frac{1}{a})$ چند برابر $(1+\sqrt{3})$ است؟ (کنکور دی ۱۴۰۱)

۱) $6-3\sqrt{3}$ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) $6+3\sqrt{3}$

۴۰۷. حاصل عبارت $\sqrt[3]{320}-2\sqrt[3]{135}$ با تقریب کمتر از ۰/۱ کدام است؟

۱) ۳/۴ ۲) ۳/۵ ۳) ۳/۶ ۴) ۲/۹

۴۰۸. حاصل عبارت $(32)^{-1}\times 8^{\frac{4}{5}}\times 2^{\frac{13}{5}}$ با کدام‌یک از مقادیر زیر برابر است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$

۴۰۹. حاصل عبارت $81^{3}\times\left(50\times\left(\frac{3^{-2}}{5}\right)^{2}\right)^{3}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۴۱۰. حاصل عبارت $(\sqrt{3})^{-6}\times(9-3^{-3})^{-1}\div\frac{(81)^{-0/75}}{242}$ کدام است؟

۱) ۲۷ ۲) $\frac{1}{27}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۳

۴۱۱. حاصل عبارت $\sqrt[6]{12}\sqrt[4]{54}\sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}}$ کدام است؟ (خارج ۹۵)

۱) $6\sqrt[6]{2}$ ۲) $3\sqrt[6]{32}$ ۳) $2\sqrt[3]{9}$ ۴) ۶

۴۱۲. اگر $A=\sqrt[5]{9\sqrt{3}}\,(12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}$، کدام است؟ (خارج ۹۸)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۱۳. عبارت $(\sqrt{15}-1)(\sqrt{8+\sqrt{15}})$ برابر کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟

۱) $\sqrt{15}$ ۲) ۱ ۳) $7\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{7}$

۴۱۴. حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}}\sqrt{1+\sqrt{7}}$ کدام است؟ (کنکور تیر ۱۴۰۱)

۱) ۱ ۲) $\sqrt[4]{2}$ ۳) ۲ ۴) $2\sqrt[4]{2}$

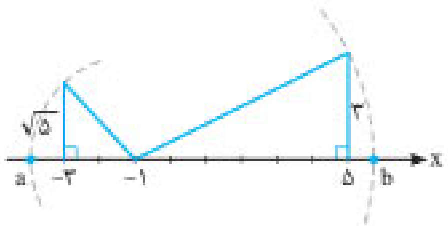
۴۱۵. حاصل عبارت $\sqrt{\frac{2x}{5}+3}+\frac{2x}{5}-3$ به ازای چند مقدار صحیح x همواره نامنفی است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۱۶. سه مکعب به‌صورت تودرتو داخل یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر حجم مکعب بیرونی (مکعب بزرگ‌تر) برابر ۶۴ و حجم مکعب داخلی (مکعب کوچک‌تر) برابر ۲۷ باشد، کدام گزینه نمی‌تواند بیانگر طول ضلع مکعب میانی باشد؟ (کتاب درسی)

۱) ۳/۴ ۲) $\sqrt[3]{54}$ ۳) $\sqrt{37}$ ۴) $\sqrt{10}$

۴۱۷. با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل $a+b$ کدام است؟



۱) $3\sqrt{5}-3$ ۲) $3\sqrt{5}+3$ ۳) $3\sqrt{5}-5$ ۴) ۱

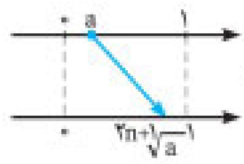
۴۱۸. کدام‌یک از عددهای زیر در صورت وجود به ۱- نزدیک‌تر است؟

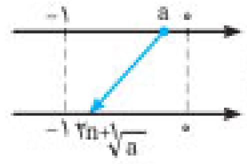
۱) $-\sqrt[4]{0/0081}$ ۲) $\sqrt[7]{-0/0081}$ ۳) $\sqrt[11]{-0/0081}$ ۴) $\sqrt[5]{-0/0081}$

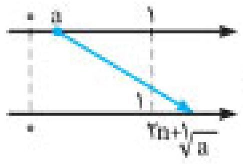
۴۱۹. اگر $A=\frac{\sqrt{23}+\sqrt[3]{23}}{6}$ و $B=\frac{\sqrt{73}+\sqrt[3]{73}}{6}$ باشد، حاصل عبارت $B-A$ به کدام بازه تعلق دارد؟

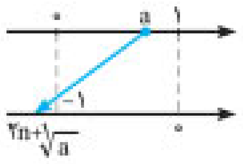
۱) $(0,1)$ ۲) $(\frac{2}{3},\frac{4}{3})$ ۳) $(\frac{4}{3},2)$ ۴) $(2,3)$

۴۲۰. هرگاه a یک عدد حقیقی باشد به‌طوری که $a > a^{۲} > a^{۳}$ ، آن‌گاه کدام گزینه ریشه‌ی $(۲n+۱)$اُم a را به‌درستی نمایش می‌دهد؟ $(n \in \mathbb{N})$ (کتاب درسی)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

تسلط ۸۵٪+

۴۲۱. حاصل $\sqrt[۳]{۱۲۸۰} - \sqrt[۳]{۲۵۰۰}$ با تقریب کمتر از ۰/۱ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) ۳/۱ ۲) ۲/۱ ۳) ۲/۷ ۴) ۲/۴

۴۲۲. چند عدد طبیعی وجود دارد که یکی از ریشه‌های مثبت چهارم آن بین دو عدد $\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۵}$ و ریشه‌ی پنجم آن در بازه‌ی $(۱, \sqrt{۳})$ باشد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۴۲۳. اگر $a = ۳^{k+۲}$ و $b = ۹^{k}$ باشد، آن‌گاه کدام رابطه بین a و b همواره برقرار است؟

۱) $a^{۲} = ۹b$ ۲) $a^{۲} = ۸۱b$ ۳) $a^{۲} = b + ۲$ ۴) $a^{۲} = ۲b + ۲$

۴۲۴. از رابطه‌ی $۹۶ = ۳^{y+۲} \times ۴^{۲x-۱}$ حاصل $\frac{۹}{۴}(x+y)^{-۱}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۲۵. کدام گزینه‌ی زیر همواره به ازای هر عدد حقیقی a و b برقرار است؟ (m و n اعداد طبیعی هستند.)

۱) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ ۲) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ۳) $\sqrt[n]{a^{m}} = (\sqrt[n]{a})^{m}$ ۴) $\sqrt[n]{|a|^{m}} = (\sqrt[n]{|a|})^{m}$

۴۲۶. عبارت $A = \frac{\sqrt[۳]{\sqrt[۴]{۵^{-۱}}}}{\sqrt[۴]{۵\sqrt[۳]{۵}}}$ چند برابر $(\sqrt{۵})^{-۱}$ است؟

۱) $\sqrt[۴]{۵}$ ۲) $\frac{۱}{\sqrt[۴]{۵}}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

۴۲۷. مقدار x در تساوی $\frac{۱}{\sqrt{۳۲}} = \frac{\sqrt{۸} \times ۸^{\frac{x}{۶}}}{\sqrt{۴\sqrt[۳]{۱۶} \times ۴^{x}}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۱۴}{۹}$ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

۴۲۸. مقدار x در تساوی $۵^{۱-x} = \frac{\sqrt[۴]{۵\sqrt[۳]{۲۵\sqrt{۱۲۵}}}}{\sqrt{\frac{\sqrt[۵]{۵}}{۵}}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۱۲۰}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲۰}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲۰}$ ۴) $\frac{۹}{۱۲۰}$

۴۲۹. حاصل عبارت $\sqrt[۳]{۴} \times \sqrt[۳]{\sqrt{۳}-۱} \times \sqrt[۶]{۴+۲\sqrt{۳}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۳۰. حاصل عبارت $(\sqrt[۵]{۲\sqrt{۸}} - \sqrt[۴]{۳\sqrt{۹}})(\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}} + \sqrt[۳]{۳\sqrt{۳}})$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳} - \sqrt{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt[۳]{۳} + \sqrt[۳]{۲}$ ۴) $\sqrt[۳]{۳} - \sqrt[۳]{۲}$

۴۳۱. حاصل عبارت $\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}}(\sqrt{۳})(\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲-\sqrt{۳}})$ برابر کدام است؟ (کنکور ۹۳)

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۲ ۳) $۱+\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۴۳۲. حاصل عبارت $(\sqrt{۳+\sqrt{۵}} - \sqrt{۳-\sqrt{۵}})(\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲})$ کدام است؟ (خارج تیر ۱۴۰۱)

۱) -۱ ۲) $-\sqrt{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\sqrt{۲}$

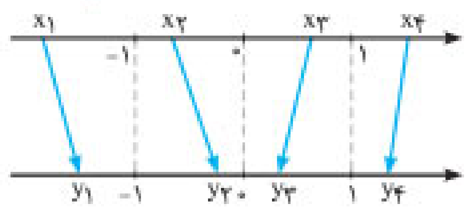
۴۳۳. اگر $(a+\sqrt{۱+a^{۲}})(b+\sqrt{۱+b^{۲}}) = ۱$ باشد، حاصل $(a+b)^{۲۰۲۲}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) $۲^{۲۰۲۲}$

۴۳۴. کدام حرف، نمایش عدد $-\sqrt[3]{17}$ روی محور را به‌درستی نشان می‌دهد؟ (کتاب درسی)

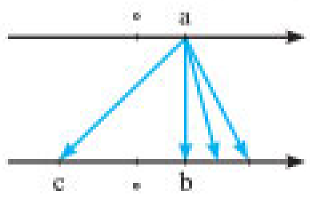
۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

۴۳۵. در شکل زیر، هر یک از اعداد روی محور بالایی به یکی از نقاط مشخص‌شده روی محور پایینی که متناظر با ریشه‌ی سوم آن است، متصل شده است. چه تعداد از پیکان‌ها درست است؟ (کتاب درسی)



۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) چهار

۴۳۶. در محورهای زیر، عدد حقیقی a به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. اگر b برابر ۰/۰۰۸۱ باشد، مقدار c کدام است؟



۱) $-0/004$
۲) $-0/081$
۳) $-0/027$
۴) $-0/008$

۴۳۷. چه تعداد از روابط زیر درست است؟

الف) $(-1/7)^5 < (-1/7)^7$ ب) $\sqrt[7]{2/5} < \sqrt[6]{2/5}$ پ) $(-0/1)^7 < (-0/1)^9$

ت) $\sqrt[4]{0/002} < \sqrt[3]{0/002}$ ث) $\sqrt[3]{-0/1} < -0/1$

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۴۳۸. هرگاه x و y اعداد صحیح باشند به‌طوری‌که $x < \sqrt[5]{-75000} < x+1$ و $y = \sqrt[6]{117649}$ ، آن‌گاه حاصل $x+y$ کدام است؟

۱) -1 ۲) -3 ۳) صفر ۴) ۱۵

۴۳۹. اگر $\sqrt{x+y} + \sqrt{x-6y} = 7y^2$ و $\sqrt{x^3+x^2y} - \sqrt{x^3-6x^2y} = 15$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{4y(x+1)}$ کدام است؟ $(x, y > 0)$

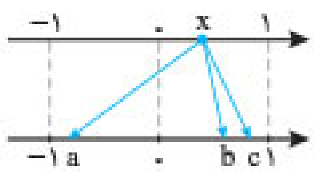
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

برای +100%

۴۴۰. اگر $x = \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ ، $A = [x , x^4]$ و $B = [x^3 , x^2]$ باشد، حاصل $A \cap B'$ کدام است؟

۱) $\varnothing$ ۲) $[x^4 , x^2]$ ۳) $[x , x^3)$ ۴) $[x , x^3) \cup (x^4 , x^2]$

۴۴۱. در شکل زیر، نقطه‌ی x از محور بالا به ریشه‌های مرتبه‌ی چهارم و پنجم خود روی محور پایین وصل شده است. اگر $a + 2bc = 0$ باشد، آن‌گاه حاصل $\sqrt{x^{-0/2} + x^{0/4}}$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{3}{2}$
۳) ۲
۴) $\frac{9}{4}$

۴۴۲. هرگاه داشته باشیم $\frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{7}{2} + \sqrt{8 - \sqrt{25 + \sqrt{96}}}}$ ، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

۴۴۳. مقدار تقریبی $[\sqrt[4]{10\sqrt{5}}] + \sqrt[3]{47}$ با یک رقم اعشار کدام است؟ ([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) ۵/۴ ۲) ۵/۶ ۳) ۴/۸ ۴) ۴/۶

۴۴۴. اگر $A = \sqrt[7]{27\sqrt{3}} \times (12)^{-\frac{5}{2}}$ و $B = \sqrt[7]{8\sqrt[3]{32}} \times (\frac{1}{2})^{-\frac{8}{3}}$ باشد، حاصل $(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}} \times (B)^{-\frac{3}{5}}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۲۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۴/۷۵

ایستگاه ۲: محاسبات در عبارت‌های جبری

۴۴۵. حاصل $(105)^3$ کدام است؟

۱) ۱۱۵۷۴۲۵ ۲) ۱۱۵۷۶۲۵ ۳) ۱۱۲۷۶۲۵ ۴) ۱۱۶۷۴۲۵

۴۴۶. اگر $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$ باشد، آن‌گاه حاصل $x + \frac{1}{x}$ چقدر است؟

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۷ ۴) ۸

آموزش +45%

۴۴۷. حاصل عبارت $(2x-\frac{2}{3})(4x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9})$ به ازای $x=\frac{1}{3\sqrt[3]{2}}$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{27}$ ۲) $\frac{1}{54}$ ۳) $\frac{-1}{54}$ ۴) $\frac{-4}{27}$

۴۴۸. هرگاه $x-y=-7$ و $x^2-y^2=77$ باشد، آن‌گاه حاصل $(x+y)^2$ کدام است؟

۱) ۶۴ ۲) ۸۱ ۳) ۱۲۱ ۴) ۱۴۴

۴۴۹. مجموع سه عدد برابر $2k+1$ و مجموع حاصل‌ضرب دوبه‌دوی آن‌ها برابر k^2-1 است. اگر مجموع مجذورات این سه عدد برابر $11k$ باشد، مقدار کوچک‌تر k کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۳

۴۵۰. حاصل عبارت $(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}})(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}})(x+\frac{1}{x})(x^2+\frac{1}{x^2})$ به ازای $x=\sqrt[4]{3}$ کدام است؟

۱) $\frac{10}{3}$ ۲) $\frac{8}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۴۵۱. اگر $a+\frac{4}{a}=7$ باشد، حاصل $a^2+\frac{28}{a}$ کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴۱ ۳) ۴۳ ۴) ۴۵

۴۵۲. اگر $a^2+b^2+2ab=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$ و $a=2-\sqrt{3}$ باشد، آن‌گاه مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\sqrt{3}-1$ ۲) $2-\sqrt{3}$ ۳) $2+\sqrt{3}$ ۴) $1+\sqrt{3}$

۴۵۳. حاصل عبارت $\sqrt{48}+\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ کدام است؟

۱) $2\sqrt{3}$ ۲) ۵ ۳) $3\sqrt{3}$ ۴) ۷

۴۵۴. اگر $B=\frac{\frac{2}{\sqrt{2}}+\sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}}+\sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B+1$ کدام است؟ (کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳)

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{7}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{7}$

۴۵۵. حاصل عبارت $\sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4}+\frac{1}{1-\sqrt{2}}$ کدام است؟

۱) $-2\sqrt{2}$ ۲) -2 ۳) ۲ ۴) $2\sqrt{2}$

۴۵۶. عدد ۲ را به‌صورت ضرب دو عدد گنگ $\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{3}$ و a نوشته‌ایم. عدد a کدام است؟

۱) $\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{3}$ ۲) $\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{9}$ ۳) $\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{9}$ ۴) $\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{9}$

۴۵۷. ساده‌شده‌ی عبارت $A=\frac{x^2-7x+12}{x^3-27}\times\frac{3x^2+9x+27}{x^2+x-20}$ برابر کدام گزینه‌ی زیر است؟

۱) $\frac{1}{x+5}$ ۲) $\frac{3}{x+5}$ ۳) $\frac{1}{x-5}$ ۴) $\frac{3}{x-5}$

۴۵۸. اگر $A=1-\frac{3}{x-3}$ و $B=\frac{x}{x^2-9}-\frac{2}{x+3}$ باشد، آن‌گاه حاصل $A\div B$ کدام است؟

۱) $-(x+3)$ ۲) $x+3$ ۳) $\frac{x+3}{x-6}$ ۴) $\frac{x-3}{x+1}$

۴۵۹. حاصل عبارت $750^2-700^2-50^2$ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) ۷۰۰۰۰ ۲) ۶۴۰۰۰ ۳) ۷۶۰۰۰ ۴) ۶۶۰۰۰

۴۶۰. کدام عبارت را به جای A قرار دهیم تا عبارت $9x^2y^2+x^4+A$ به‌صورت توان دوم یک دوجمله‌ای درآید؟

۱) $-3x^2y$ ۲) $-6x^2y$ ۳) $3x^2y^2$ ۴) $6x^2y^2$

تثبیت +70٪

۴۶۱. حاصل عبارت $(xy-1)(x^2y^2+xy+1)$ به ازای $x=\sqrt[3]{2}$ و $y=\sqrt[3]{4}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۱۷

۴۶۲. هرگاه $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-4}=3$ باشد، آن‌گاه حاصل $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-4}$ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) 2 ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) 1

۴۶۳. حاصل عبارت $(x-1)(x+1)(x^4+x^2+1)(x^{12}+x^6+1)$ به ازای $x=\sqrt[6]{6}$ کدام است؟

۱) 5 ۲) 215 ۳) 7 ۴) 217

۴۶۴. اگر $x+y=13$ و $x^2+y^2=97$ باشد، آن‌گاه مقدار $|x-y|$ کدام است؟

۱) 6 ۲) 5 ۳) 2 ۴) 15

۴۶۵. حاصل عبارت $P=2(2x+3y)(4x^2+9y^2)(16x^4+81y^4)(x-\frac{3}{2}y)$ به ازای $x=\sqrt[4]{3}$ و $y=\sqrt[8]{2}$ به‌صورت $k(2^a-3^b)$ قابل نمایش است. مقدار k کدام است؟

۱) 6 ۲) 12 ۳) 18 ۴) 24

۴۶۶. اگر $\frac{10}{x^2+1}+x^2=9$ باشد، مقدار $\frac{100}{(x^2+1)^2}+(x^2+1)^2$ کدام است؟ (کنکور اردیبهشت ۱۴۰۴)

۱) 98 ۲) 90 ۳) 88 ۴) 80

۴۶۷. در تجزیه‌ی $P(x)=ax^3-11x^2+(8a+1)x-6$ عامل $x-3$ دیده می‌شود. در تجزیه‌ی $P(2x+3)$ کدام عامل دیده <u>نمی‌شود</u>؟

۱) $2x-1$ ۲) $2x+1$ ۳) $3x$ ۴) $4x+5$

۴۶۸. مساحت مستطیلی $8x^3-1$ و عرض آن $2x-1$ است. محیط آن کدام است؟

۱) $8x^2+8x$ ۲) $4x^2+2x+1$ ۳) $4x^2+4x$ ۴) $8x^2+4x+2$

۴۶۹. حاصل $\frac{1}{3\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{3}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}-1$ ۲) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{3}+1$ ۴) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

۴۷۰. حاصل عبارت $(x+x^{-1})^{\frac{1}{3}}$ به ازای $x=-1-\sqrt{2}$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{2}$ ۲) -1 ۳) $\sqrt[3]{2}$ ۴) 1

۴۷۱. عبارت $\frac{1}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{2})}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2}$ ۲) $\frac{1}{3}(\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2})$ ۳) $\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{10}+\sqrt[4]{2}$ ۴) $\frac{\sqrt[4]{10}}{3}$

۴۷۲. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}-2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1}$، کدام است؟ (کنکور ۹۹)

۱) $1+\sqrt{3}$ ۲) $-1+\sqrt{2}$ ۳) $1-\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

۴۷۳. حاصل عبارت $\frac{4x^2-8xy}{x^2+3x}\div\frac{4x^2-16y^2}{x^3+x^2-6x}$ کدام است؟

۱) $\frac{x-2y}{x^2+3x}$ ۲) $\frac{x+2y}{x^2+3x}$ ۳) $\frac{x-2y}{x^2-2x}$ ۴) $\frac{x+2y}{x^2-2x}$

۴۷۴. فرض کنید $a=\sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ و $b=\sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$. مقدار $(a^2+b^2+2ab)^2(a^2+b^2-2ab)^2$، کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۰)

۱) $4(2+\sqrt{3})$ ۲) $4(2-\sqrt{3})$ ۳) $16(2+\sqrt{3})$ ۴) $16(2-\sqrt{3})$

۴۷۵. اگر $x=\sqrt{2}+1$ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+3}$ کدام است؟

۱) $2+\sqrt{2}$ ۲) $\frac{3}{2}+\sqrt{2}$ ۳) $\frac{3}{2}-\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۴۷۶. هرگاه $x^2+\frac{1}{x^2}=\sqrt{5}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\sqrt{(x^2-\frac{1}{x^2})^2+8}$ کدام است؟

۱) 3 ۲) $\sqrt{13}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) 5

۴۷۷. کدام‌یک از گزینه‌های زیر، یک عامل برای x^4+64 است؟

۱) x^2-2x+8 ۲) x^2+2x-8 ۳) x^2+4x-8 ۴) x^2-4x+8

تسلط ٪85+

۴۷۸. کسر $\frac{y^۵-y^۳-۱۲y}{۸y^۲+۱۶y}$ پس از ساده‌سازی شامل کدام عامل است؟ (کتاب درسی)

۱) y ۲) $y+۲$ ۳) $y^۲-۳$ ۴) $y-۲$

۴۷۹. کدام گزینه یکی از عوامل در تجزیه‌ی عبارت $A=a^۳+b^۳+۳ab-۱$ است؟

۱) $a-b-۱$ ۲) $a-b+۱$ ۳) $a+b+۱$ ۴) $a+b-۱$

۴۸۰. اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x)=x^۵+ax^۳$ و $q(x)=x^۴+۳x^۳+۲x^۲$، دوجمله‌ای $x^n+x^۲$ باشد، مقدار na کدام است؟ (کنکور اردیبهشت ۱۴۰۴)

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) ۱

۴۸۱. اگر $۲a^۲+۴b^۲-۴ab-۲a+۱=۰$، آن‌گاه حاصل $۳a+۲b$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

۴۸۲. هرگاه $a^۲+\frac{۱}{a^۲}=۳۴$ باشد، آن‌گاه حاصل $a^۳+\frac{۱}{a^۳}$ کدام است؟ (a عددی مثبت است.)

۱) ۱۹۸ ۲) ۱۹۶ ۳) ۲۰۲ ۴) ۲۰۴

۴۸۳. هرگاه $(a-b)(a+b)=۵$ باشد، حاصل $a^۶-۱۵a^۲b^۲-b^۶$ کدام است؟

۱) ۱۲۵ ۲) -۱۲۵ ۳) ۲۵ ۴) -۲۵

۴۸۴. فرض کنید $a=\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}}$، مقدار $(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲})^۲(a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲})^۲$، کدام است؟ (خارج ۱۴۰۰)

۱) ۹ ۲) ۱۶ ۳) ۲۵ ۴) ۴۹

۴۸۵. اگر $۰<a<۱$ و $a^۲+\frac{۴}{a^۲}=۱۲$ باشد، مقدار $a^۳-\frac{۸}{a^۳}$ کدام است؟

۱) $۱۴\sqrt{۲}$ ۲) $۲۸\sqrt{۲}$ ۳) $-۲۸\sqrt{۲}$ ۴) $-۱۴\sqrt{۲}$

۴۸۶. اگر $\alpha=\sqrt[۴]{۳\sqrt{۲}-۴}$ و $\beta=\sqrt[۴]{۳\sqrt{۲}+۴}$ باشد، حاصل عبارت $(\alpha^۲+\beta^۲+\alpha\beta)(\alpha^۲+\beta^۲-\alpha\beta)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) $۶\sqrt{۲}$ ۴) $۷\sqrt{۲}$

۴۸۷. اگر حاصل عبارت $\frac{(x^۲+\frac{۱}{x^۲})(x^۴+\frac{۱}{x^۴})(x^۸+\frac{۱}{x^۸})(x^{۱۶}+\frac{۱}{x^{۱۶}})}{(x^۲-\frac{۱}{x^۲})}$ به ازای $x=\sqrt[۴]{۲}$ برابر با $۲^b-۲^a$ باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۴۸۸. حاصل عبارت $\frac{۱}{\sqrt{۲۵}+\sqrt{۱۸}}+\frac{۱}{\sqrt{۱۸}+\sqrt{۱۱}}+\frac{۱}{\sqrt{۱۱}+\sqrt{۴}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۴۸۹. حاصل عبارت $\frac{۱}{۴\sqrt{۳}+۳\sqrt{۴}}+\frac{۱}{۳\sqrt{۲}+۲\sqrt{۳}}+\frac{۱}{۲+\sqrt{۲}}$ برابر کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۹۰. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}}+(۲-\sqrt{۳})^{-۱}$، کدام است؟ (خارج ۹۹)

۱) $۱+۲\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۱+\sqrt{۳}$ ۴) ۱

۴۹۱. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}-۲$ کدام است؟ (کنکور اردیبهشت ۱۴۰۴)

۱) $-۲\sqrt{۳}$ ۲) $-\sqrt{۶}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۶}$

۴۹۲. هرگاه $\frac{\sqrt[۳]{۲}+۱}{۱-\sqrt[۳]{۲}}=A+B(\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲})$ باشد، آن‌گاه مقدار $A+B$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) -۵

۴۹۳. مخرج کسر $\frac{x^{۰/۲۵}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}+۱}$ را گویا کرده و حاصل کسر برابر $۲+\sqrt{۲}-\sqrt{۶}$ شده است. مقدار x کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۵۶ ۳) ۸۱ ۴) ۶۲۵

۴۹۴. اگر $۳=\frac{۲x+۲}{x^{۲}-x-۲}\times\frac{ax^{۲}-۲ax}{۴x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۹

۴۹۵. اگر $۲=\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}-۲$ کدام است؟ (کنکور تیر ۱۴۰۳)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{a}{۴}$ ۴) $\frac{a}{۲}$

۴۹۶. حاصل عبارت $(\sqrt{۳})^{\frac{۱}{\sqrt{۵}-۲}}\times(\sqrt{۵}-\sqrt{۳})^{\frac{\sqrt{۵}+۲}{۲}}\times(۸+۲\sqrt{۱۵})\times ۲^{\sqrt{۵}-۲}$ به‌صورت ۲^{a} قابل بیان است. مقدار $(a^{۲}+۱)$ کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۱۳ ۳) ۱۹ ۴) ۱۵

۴۹۷. برای ۱۰۰٪+ عبارت $\frac{۱}{\sqrt{۲}-\sqrt[۳]{۴}}$ برابر با $(a+\frac{\sqrt{۲}}{۲}b)(۱+\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۶]{۲})$ است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) ۱

۴۹۸. هرگاه $x=\sqrt{۳+۲\sqrt{۲}}+\sqrt{۳-۲\sqrt{۲}}$ باشد، آن‌گاه حاصل $x^{۲}+۳x$ کدام است؟

۱) $\pm۲۲\sqrt{۲}$ ۲) $۲۲\sqrt{۲}$ ۳) $\pm۱۱\sqrt{۲}$ ۴) $۱۱\sqrt{۲}$

۴۹۹. اگر $a^{۲}=b^{۲}+۱$ باشد، حاصل کسر $\frac{b^{۶}-a^{۶}+۱}{۳a^{۲}b^{۲}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $a^{۴}b^{۴}$ ۴) ab

۵۰۰. کدام عبارت در تجزیه‌ی عبارت $a^{۸}+۴$ وجود دارد؟

۱) $a^{۴}-a^{۲}+۲$ ۲) $a^{۴}-۲a^{۲}+۲$ ۳) $a^{۴}+a^{۲}+۲$ ۴) $a^{۴}+۲a^{۲}+۴$

۵۰۱. اگر $\sqrt[۳]{x}f(x)+۱=\frac{x-۱}{\sqrt[۳]{x}-۱}$ باشد، جواب معادله‌ی $f(x)+۱=۰$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۴ ۴) -۸

۵۰۲. هرگاه $f(x)=\frac{۷}{x^{۲}-x+۱}+\frac{۷}{x^{۲}+x+۱}$ باشد، مقدار $f(x)$ به ازای $x=\frac{\sqrt{۳+\sqrt{۶۳}}}{۳}$ کدام است؟

۱) ۳/۶ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۸/۴

۵۰۳. اگر $x=\sqrt[۷]{۳+۲\sqrt{۲}}$ باشد، آن‌گاه حاصل $x^{۲۱}+\frac{۱}{x^{۲۱}}$ برابر کدام است؟

۱) ۱۹۶ ۲) ۱۹۸ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۰۲

۵۰۴. اگر $A=\sqrt[۳]{۹+۴\sqrt{۵}}$ و $B=\frac{\sqrt{۵}-۳}{۲}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{A}{B}+۱/۵\sqrt{۵}$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) $-۳/۵$ ۳) -۴ ۴) $-۴/۵$

۵۰۵. اگر $۲=\frac{۱}{a^{۳}-۱}+\frac{۱}{a^{۳}+۱}$ باشد، حاصل $(\frac{۱}{a^{۳}+\sqrt{a^{۳}}+۱}+\frac{۱}{a^{۳}-\sqrt{a^{۳}}+۱})^{۱۴۰۱}$ چقدر است؟ (کنکور تیر ۱۴۰۱)

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) -۱

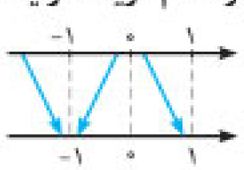
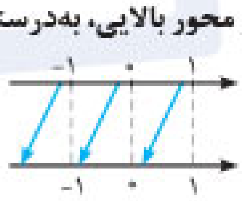
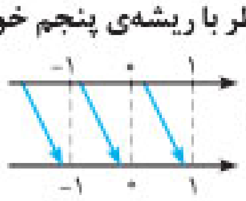
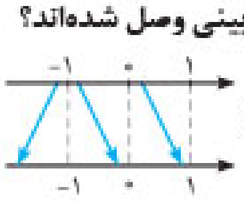
آزمون فصل

زمان پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

۵۰۶. کدام‌یک از مقایسه‌های زیر نادرست است؟

۱) $(۰/۱)^{۷}<(۰/۱)^{۵}$ ۲) $(-۰/۱)^{۹}>(-۰/۱)^{۵}$ ۳) $(-۱/۲)^{۳}>(-۱/۲)^{۵}$ ۴) $(۱/۲)^{۳}>(۱/۲)^{۵}$

۵۰۷. در کدام گزینه هر یک از اعداد واقع بر محور بالایی، به‌درستی به عدد متناظر با ریشه‌ی پنجم خود روی محور پایینی وصل شده‌اند؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۵۰۸. حاصل عبارت $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$ به ازای $x=-\sqrt[8]{6}$ کدام است؟

۱) -250 ۲) 250 ۳) 125 ۴) -125

۵۰۹. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{216}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ ۳) $6(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ ۴) $6(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

۵۱۰. معکوس عدد $x=\frac{\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{27}}{18}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}+1$ ۲) $-\sqrt[3]{4}+4$ ۳) $\frac{1}{2}(\sqrt[3]{4}+2\sqrt[3]{2}+2)$ ۴) $-(\sqrt[3]{4}+2\sqrt[3]{2}+4)$

۵۱۱. چند عدد طبیعی وجود دارد که ریشه‌ی سوم آن بین $2/1$ و $\sqrt[3]{35}$ بوده و ریشه‌ی چهارم آن بین $\sqrt{3}$ و $\sqrt{11}$ باشد؟

۱) 24 ۲) 25 ۳) 26 ۴) 27

۵۱۲. حاصل عبارت $\frac{\sqrt[8]{7-4\sqrt{3}}\times\sqrt[4]{2+\sqrt{3}}}{\sqrt[3]{8x^2}}$ چند برابر $x^{-\frac{2}{3}}$ است؟

۱) 2 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 1 ۴) -1

۵۱۳. هرگاه $x=\sqrt{5}+3$ و $A=\sqrt{x-\frac{1}{x-1}}$ باشد، آن‌گاه اگر مقدار x^2+kA عددی گویا باشد، مقدار k کدام است؟

۱) 32 ۲) -32 ۳) 5 ۴) -5

۵۱۴. هرگاه $x-y=5\sqrt[3]{2}$ و $x^3-y^3=70$ باشد، آن‌گاه حاصل $x+y$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\sqrt[6]{3}$ ۲) $\sqrt[6]{2}$ ۳) $\sqrt[3]{2}$ ۴) $\sqrt[3]{4}$

۵۱۵. حاصل عبارت $(\frac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2-2x+2})(\frac{x}{x^2-4x+4}-\frac{1}{x^2-3x+2})$ (در صورت تعریف شدن) کدام است؟

۱) $\frac{x-2}{x+1}$ ۲) $x-2$ ۳) $\frac{x+2}{x+1}$ ۴) $\frac{x-2}{x-1}$

پوستر فرمولنامه ریاضیات تجربی

مهروماه
ناشر ایده‌های نو

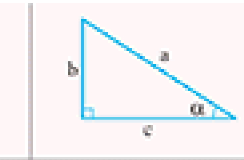
براکت و قدر مطلق

مساوی عدد شوند	$\lvert u\rvert=k \xrightarrow{k\geq 0} u=\pm k$	$[u]=k \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k\leq u<k+1$
نامساوی‌ها	$\lvert u\rvert\leq k \xrightarrow{k\geq 0} -k\leq u\leq k$	$a\leq x\leq b \Rightarrow \lvert x-\frac{a+b}{2}\rvert\leq\frac{b-a}{2}$
	$\lvert u\rvert\geq k \xrightarrow{k\geq 0} u\geq k$ یا $u\leq -k$	$x\geq b$ یا $x\leq a \Rightarrow \lvert x-\frac{a+b}{2}\rvert\geq\frac{b-a}{2}$
قرینه	$\lvert -u\rvert=\lvert u\rvert$	$[-x]=\begin{cases}-x & x\in\mathbb{Z}\\ -[x]-1 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$

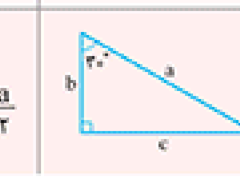
فرمول‌های لگاریتم

چرخش	ضرب به جمع	کسر به منها	انتقال توان	تغییر مبنا
$\log_a u=k\Rightarrow u=a^k$	$\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$	$\log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$	$\log_{a^n}x^m=\frac{m}{n}\log_a x$	$\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}$

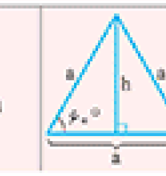
مثلثات هندسی



$\tan\alpha=\frac{b}{c}$, $\cos\alpha=\frac{c}{a}$, $\sin\alpha=\frac{b}{a}$



$b=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, $c=\frac{a}{2}$



$S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, $h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

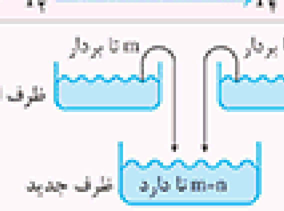
حد کسر

$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{\text{صفر حدی}}=$ عدد	نتیجه بگیرید $f(a)=0$ بوده و بعد کسر را رفع ابهام کنید.
$\lim\limits_{x\to a}\frac{\text{صفر}}{f(x)}=$ عدد غیر صفر	نتیجه بگیرید $f(a)=0$ بوده و بعد کسر را رفع ابهام کنید.
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^n+bx^{n-1}+\cdots}{a'x^m+b'x^{m-1}+\cdots}=$ عدد غیر صفر	نتیجه بگیرید $m=n$ بوده است. جواب صفر کسر یعنی $m>n$!...
$\lim\limits_{x\to m}\frac{\quad}{ax^2+bx+c}=+\infty$ یا $-\infty$	نتیجه بگیرید $-\frac{b}{a}=2m$, $\frac{c}{a}=m^2$ ($x=m$ ریشه‌ی مضاعف مخرج بوده)

زیر مجموعه‌ها

تعداد کل	فاقد t عضو خاص و شامل r عضو خاص	تعداد k عضوی کل	k عضوی شامل t عضو خاص	k عضوی فاقد r عضو خاص
2^n	2^{n-t-r}	$\binom{n}{k}$	$\binom{n-t}{k-t}$	$\binom{n-r}{k}$

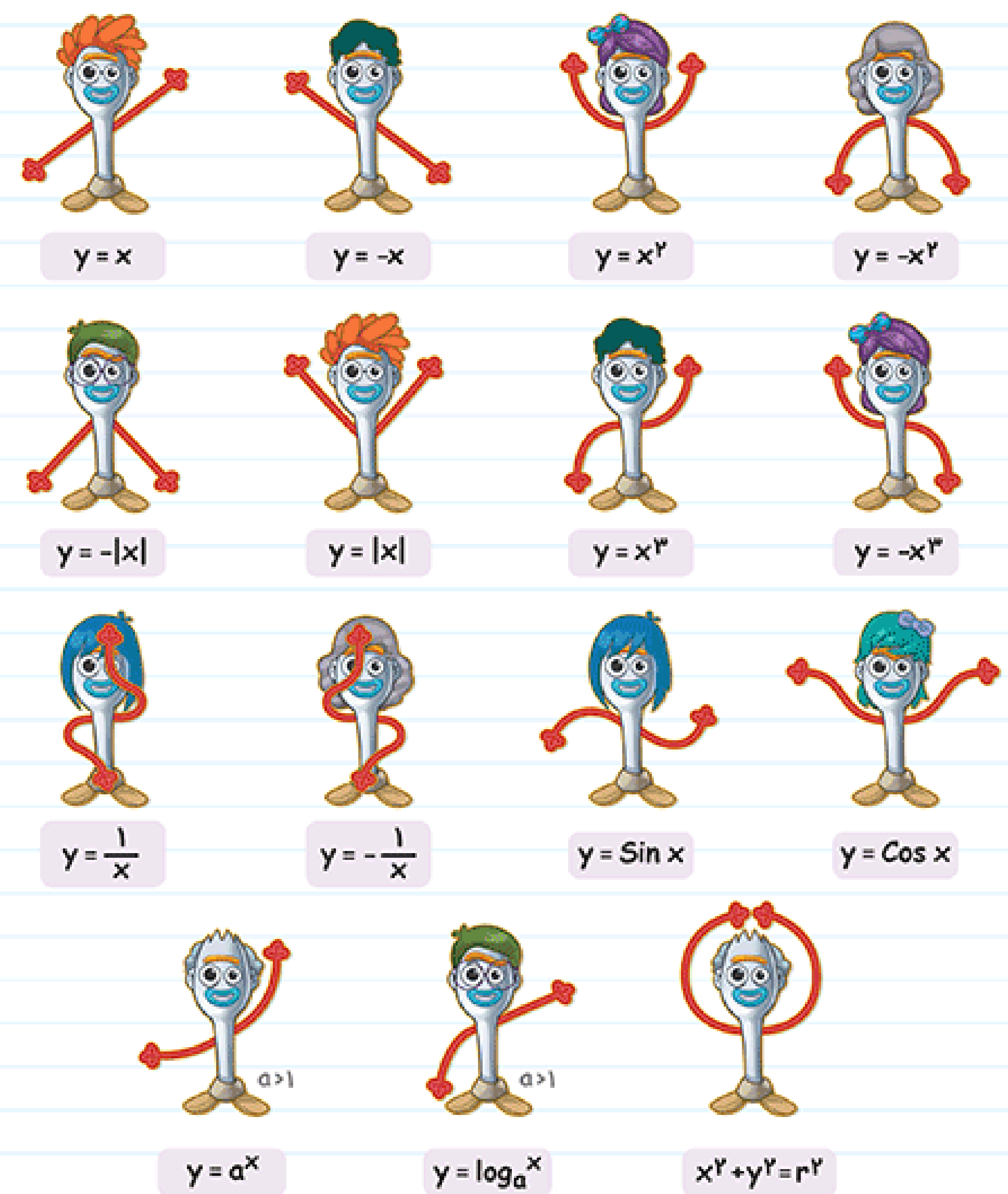
احتمال پیشرفته

احتمال شرطی	$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=P(A\mid B)=$ احتمال اتفاق افتادن A مشروط به اتفاق افتادن B و یا $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$		
پیشامدهای مستقل	$P(A\cap B)=P(A)P(B)$	$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$	$P(A-B)=P(A)-P(A)P(B)$
پیشامدهای غیر مستقل	$P(A\cap B)=P(A)P(B\mid A)$ ، احتمال اولی (مجزا) ضربدر احتمال دومی (با شرط این که اولی اتفاق افتاده باشد)		
احتمال کل	در نمودار $\boxed{\text{اتفاق اول}} \begin{cases}\xrightarrow{\text{حالت ۱}} P_1 \xrightarrow{\text{حالت مطلوب اتفاق دوم}} P_3\\ \xrightarrow{\text{حالت ۲}} P_2 \xrightarrow{\text{حالت مطلوب اتفاق دوم}} P_4\end{cases}$ ، جواب می‌شود $P_1P_3+P_2P_4$		
ساختن ظرف جدید	 نحوه‌ی کشیدن فلش‌های احتمال کل: ظرف جدید $\begin{cases}\text{مال اولی } \frac{m}{m+n} \xrightarrow{\text{حالت مطلوب}}\\ \text{مال دومی } \frac{n}{m+n} \xrightarrow{\text{حالت مطلوب}}\end{cases}$		

معادله‌ی خط

با داشتن شیب m و نقطه‌ی $A(x_1,y_1)$	با داشتن دو نقطه‌ی $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$	با داشتن طول‌ازمبدأ p و عرض‌ازمبدأ q	موازی محور x ها	موازی محور y ها	رسم خط
$y-y_1=m(x-x_1)$	$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$	$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$	$y=k$	$x=t$	دو نقطه پیدا کن

رقص با تابع‌ها



بازه‌ها

$[a,b]$	$[a,b)$	$(a,b]$	(a,b)	$(-\infty,a]$	$(-\infty,a)$	$(a,+\infty)$	$[a,+\infty)$

تکنیک‌های آمار

میانه‌ی Q_2	داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنید: داده‌ی وسطی (n فرد) یا میانگین دو داده‌ی وسطی (n زوج) می‌شود میانه.	
داده‌ی وسط	اگر تعداد داده‌ها زیاد بود؛ برای n فرد شماره‌ی داده‌ی وسط $\frac{n+1}{2}$ و برای n زوج، شماره‌ی داده‌های وسطی $\frac{n}{2}$ و بعدی آن است.	
چارک اول Q_1	داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنید و میانه را حساب کنید؛ حالا بین داده‌های کمتر از میانه مجدداً میانه بگیرید ..	
چارک سوم Q_3	داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنید و میانه را حساب کنید؛ حالا بین داده‌های بیشتر از میانه مجدداً میانه بگیرید ..	
تبدیل داده‌ها	اگر داده‌ها را از $x_1, x_2, \ldots, x_n$ تبدیل کنید به: $ax_1+b, ax_2+b, \ldots, ax_n+b$	میانگین از $\bar{x}$ تبدیل می‌شود به $a\bar{x}+b$
		واریانس از σ^2 تبدیل می‌شود به $a^2\sigma^2$
		انحراف معیار از σ تبدیل می‌شود به $\lvert a\rvert\sigma$
		میانه از Q_2 تبدیل می‌شود به aQ_2+b
تساوی داده‌ها	اگر واریانس، انحراف معیار یا ضریب تغییرات صفر باشند، یعنی تمام داده‌ها مساوی‌اند و برعکس..	

اعمال جبری دو تابع

ضابطه	$(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$ و در نتیجه $(kf)(x)=kf(x)$	$(\frac{f+kg}{hg})(\alpha)=\frac{f(\alpha)+kg(\alpha)}{h(\alpha)g(\alpha)}$
	$(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$, $(fg)(x)=f(x)g(x)$	
	$(gof)(x)=g(f(x))$, $(fog)(x)=f(g(x))$	
دامنه	$D_{f\pm g}=D_{fg}=D_f\cap D_g$ $D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x\mid g(x)=0\}$	
	$D_{fog}=\{x\mid x\in D_g , g(x)\in D_f\}$, $D_{gof}=\{x\mid x\in D_f , f(x)\in D_g\}$	
وجود عضو	$(a,b)\in fog\Rightarrow(a,m)\in g , (m,b)\in f$	
ترکیب دو تابع	صعودی o صعودی و نزولی o نزولی می‌شود تابعی صعودی ولی صعودی o نزولی نتیجه‌اش تابعی نزولی است.	

فرمول‌های دستوری لگاریتم

معکوس کن	لگاریتم‌ها را تبدیل به یکی کن		با لگاریتم در توان کار کن	
$\log_a x=\frac{1}{\log_x a}$	$m\log_c a+n\log_c b=\log_c(a^m b^n)$	$m\log_c a-n\log_c b=\log_c\frac{a^m}{b^n}$	$a^{\log_c b}=b^{\log_c a}$	$a^{\log_a b}=b$